

A

Série : Littéraire
 Options : A1-A2
 Code matière : 009

Epreuve de : MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES
 Durée : 02 Heures 15mn
 Coefficient : A₁=1, A₂=3



NB :- Les deux exercices et le problème sont obligatoires
 - Calculatrice scientifique non programmable est autorisée

EXERCICE 1 : (05 points)

On considère la suite numérique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \frac{U_n + 3}{4} \end{cases}$ (A1; A2)

- Calculer U_1, U_2 (0,5; 0,5)
- On pose la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tel que $V_n = U_n - 1$
 - Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme V_0 (1; 1)
 - Exprimer V_n en fonction de n . (1; 1)
 - En déduire l'expression de U_n en fonction de n (0,75; 0,75)
- Soit $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ et $T_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$
 - Exprimer S_n en fonction de n (1; 1)
 - En déduire l'expression de T_n en fonction de n (0,75; 0,75)

EXERCICE 2 : (05 points)

Le tableau ci-dessous consigne l'évolution de l'effectif des élèves inscrits aux candidats de l'examen baccalauréat durant six années consécutifs :

ANNEE	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'élèves y_i	340	310	325	380	365	395

- Construire le nuage des points associé à cette série statistique dans un repère orthogonal d'Echelle : - Sur l'axe d'abscisses : 1cm pour 1 unité
 - sur l'axe des ordonnées : placé 300 à l'origine puis 1cm pour 10 élèves (1; 1)
- Déterminer les coordonnées du point moyen G (1; 1)
- On partage cette série en deux sous-groupes d'effectifs égaux. Le premier partie est composé des trois premiers années et le second est composé des trois derniers années.
 - Calculer les coordonnées respectives des points moyen G_1 et G_2 de ces deux sous-groupes. (1; 1)
 - Etablir l'équation de la droite d'ajustement (G_1G_2) par la méthode de Mayer. (1; 1)
- En utilisant cette droite, estimer l'effectif des élèves inscrits au baccalauréat en 2030 (1; 1)

PROBLEME (10 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -\frac{1}{x} - 2x + \ln(x)$.

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 1cm.

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. (1 ; 1)
2. a) Pour tout $x \in]0; +\infty[$, calculer $f'(x)$ où f' la fonction dérivée de f . (2 ; 1,5)
- b) Montrer que $f'(x) = \frac{-2x^2 + x + 1}{x^2}$, $\forall x > 0$. (1 ; 0,75)
- c) En déduire le signe de $f'(x)$, pour tout $x \in]0; +\infty[$. (1 ; 0,5)
3. Dresser le tableau de variation de f . (2 ; 1,5)
4. Ecrire une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse $x_0 = 1$. (1 ; 0,75)
5. Tracer $(\mathcal{C})$ et (T) sur l'intervalle $]0; 4]$. (2 ; 1,5)

POUR A2 SEULEMENT

6. Soit F la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) = -\ln x - x^2 + x(\ln x - 1)$

- a) Montrer que F est une primitive de f sur $]0; +\infty[$. (1)
 - b) Calculer, en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C})$ l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = \frac{1}{e}$ et $x = 1$. (1,5)
- On donne $e = 2,7$ et $e^2 = 7,4$