

CORRIGE

EXERCICE

1- On considère, dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, l'équation (E): $11x - 7y = 9$.

a) Soit (x_0, y_0) la solution de (E).

$$\text{On a : } 11x_0 - 7y_0 = 9$$

$$11x_0 - 7y_0 - 7x_0 - 7 = 9 - 7x_0 - 7$$

$$4x_0 - 7y_0 - 7 = 2 - 7x_0$$

$$4x_0 - 2 = -7x_0 + 7y_0 + 7 = 7(-x_0 + y_0 + 1)$$

$$\text{Comme } (-x_0 + y_0 + 1) \in \mathbb{Z}, \text{ on a } 4x_0 \equiv 2 \pmod{7}$$

b) Comme $4x_0 \equiv 2 \pmod{7}$, et d'autre part

$$4 \times 1 = 4; 4 \times 2 = 8; 4 \times 3 = 12; 4 \times 4 = 16 \equiv 2 \pmod{7}$$

on peut prendre $x_0 = 4$.

$$\text{Par suite } 11 \times 4 - 7y_0 = 9 \text{ ou encore } 7y_0 = 35, \text{ soit } y_0 = 5.$$

Donc $(4; 5)$ est une solution particulière de l'équation (E).

c) • Soient x et y deux entiers relatifs tels que $11x - 7y = 9$

$$\text{donc } 11x - 7y = 11 \times 4 - 7 \times 5 \text{ soit } 11(x - 4) = 7(y - 5).$$

Comme 11 et 7 sont premiers entre eux, le théorème de

Gauss permet d'affirmer que 7 divise $(x - 4)$ et que

11 divise $(y - 5)$. Il existe donc deux entiers relatifs k et k'

$$\text{tels que } x - 4 = 7k \text{ et } y - 5 = 11k'.$$

$$\text{De l'égalité } 11(x - 4) = 7(y - 5) \text{ on déduit } 11 \times 7k = 7 \times 11k'$$

$$\text{soit } k = k'.$$

Donc pour un certain entier k , on a

$$x = 4 + 7k \text{ et } y = 5 + 11k.$$

• Réciproquement si $x = 4 + 7k$ et $y = 5 + 11k$ avec $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{alors } 11(4 + 7k) - 7(5 + 11k) = 44 + 77k - 35 - 77k = 9.$$

Par conséquent le couple $(4 + 7k; 5 + 11k)$ est solution

de l'équation (E): $11x - 7y = 9$.

En conclusion, les solutions de l'équation (E): $11x - 7y = 9$

sont les couples $(4 + 7k; 5 + 11k)$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{d) } 11a - 7b = 9 = \text{PGCD}(a; b).$$

On sait que a et b sont multiples de leur PGCD ;

Or $\text{PGCD}(a; b) = 9$, donc il existe deux entiers naturels k

et k' tels que $a = 9k$ et $b = 9k'$.

On a alors

$$11a - 7b = 9 \text{ si et seulement si } 11 \times 9k - 7 \times 9k' = 9$$

$$\text{si et seulement si } 11k - 7k' = 1.$$

$$\text{Comme } 11 \times 2 - 7 \times 3 = 1, \text{ on peut prendre } k = 2 \text{ et } k' = 3.$$

$$\text{On en déduit que } (a, b) = (18, 27).$$

2- On dispose d'un dé cubique parfait à six faces numérotées 2, 3, 4 dont une face marquée 2, trois faces marquées 3 et deux faces marquées 4.

On lance trois fois de suite ce dé. On note chaque fois le numéro apparu à la face supérieure, en l'écrivant dans l'ordre de gauche à droite pour former un nombre entier naturel.

Calculs de probabilités

- A : « Le nombre formé ne contient que des chiffres premiers » signifie

« obtenir trois chiffres parmi 2 - 3 - 3 - 3 ».

$$P(A) = \left(\frac{4}{6}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

- B : « Le chiffre 4 apparaît au moins une fois dans le nombre formé ».

Considérons l'événement contraire $\bar{B}$ de B.

$\bar{B}$: « n'obtenir aucun chiffre 4 dans le nombre formé »

$$\bar{B} = A \text{ donc } P(\bar{B}) = P(A) = \frac{8}{27}$$

$$\text{d'où } P(B) = 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$$

- C : « Obtenir l'écriture du nombre 92 dans le système à base 5 ».

Ecrivons d'abord 92 dans la base 5.

$$\begin{array}{r|l} 92 & 5 \\ \hline 2 & 18 \\ & 3 \\ & 3 \\ & 3 \\ & 0 \end{array}$$

$$\text{soit } 92 = (332)_5$$

donc C : « Obtenir les chiffres 3 - 3 - 2 dans cet ordre »

$$\text{par suite } P(C) = \left(\frac{3}{6}\right)^2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

- D : « La somme des chiffres dans le nombre formé est 9 » signifie

« (obtenir les chiffres 3 - 3 - 2 dans le désordre) ou

(obtenir les chiffres 2 - 2 - 4 dans le désordre) »

$$P(D) = 3 \times \left(\frac{3}{6}\right)^2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \frac{2}{6} = \frac{1}{8} + \frac{1}{36} = \frac{9+1}{72} = \frac{10}{72}$$

PROBLEME 1

ABC est un triangle rectangle et isocèle tel que

$AB = AC = 2$ et $\text{mes}(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}$. On désigne par G le

milieu du segment [BC] et par O celui de [AC]. On met les points A et C sur une droite horizontale.

Partie I :

1-a) • La somme $2 - 1 + 1 = 2$ est non nulle donc le barycentre F des points A, B et C affectés respectivement de 2, -1 et 1 existe et

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AF} &= \frac{-1}{2-1+1}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2-1+1}\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\end{aligned}$$

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BG}$ car G est le milieu de [BC]

• Voir F sur le graphique à la fin de la partie I.

• De $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BG}$ on déduit que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FG}$

ou encore $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FG}$.

Donc ABGF est un parallélogramme.

b) • F étant le barycentre du système de points pondérés $\{(A, 2); (B, -1); (C, 1)\}$ donc pour tout point M du plan P,

$$2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MF}$$

• Comme $2 - 1 - 1 = 0$, le vecteur $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ est indépendant du point M, c'est-à-dire

$$\begin{aligned}2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} &= 2\overrightarrow{FA} - \overrightarrow{FB} - \overrightarrow{FC} = 2\overrightarrow{FA} - \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC} - 2\overrightarrow{FC} \\ &= -2\overrightarrow{FC} \text{ car } F = \text{bar}\{(A, 2), (B, -1), (C, 1)\}\end{aligned}$$

• D'où $M \in (E)$ si et seulement si

$$\text{si et seulement si } \|2\overrightarrow{MF}\| = \|-2\overrightarrow{FC}\|$$

si et seulement si $MF = FC$.

L'ensemble (E) est le cercle de centre F et de rayon FC.

Voir le tracé du cercle (E) sur la figure ci-contre.

2- Soit J le symétrique de B par rapport à A et (D) la droite passant par J et parallèle à (AC).

$$(\Gamma) = \{M \in P / 2MA^2 - MB^2 + MC^2 = MH^2 - 4 \text{ où}$$

H est le projeté orthogonal de M sur (D)\}

a) • $2AA^2 - AB^2 + AC^2 = 0$ car $AB = AC$.

Comme J est le symétrique de B par rapport à A donc

J est le projeté orthogonal de A sur (D) et $AJ = AB = 2$, par suite $AJ^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

D'où $2AA^2 - AB^2 + AC^2 = AJ^2 - 4$ et donc (Γ) passe par le point A.

• De même

$$\begin{aligned}2CA^2 - CB^2 + CC^2 &= 2CA^2 - (CA^2 + AB^2) \\ &= CA^2 - AB^2 = 0\end{aligned}$$

Si H est le projeté orthogonal de C sur (D) alors

$$CH = AJ = 2 \text{ et donc } CH^2 - 4 = 4 - 4 = 0.$$

$$\text{D'où } 2CA^2 - CB^2 + CC^2 = CH^2 - 4$$

c'est-à-dire (Γ) passe par le point C.

$$b) \text{ FA}^2 = \text{FO}^2 + \text{OA}^2 = 1 + 1 = 2$$

$$\text{FB}^2 = \text{FC}^2 + \text{CB}^2 = \text{FA}^2 + (AB^2 + AC^2) = 2 + (4 + 4) = 10$$

$$\text{FC}^2 = \text{FA}^2 = 2$$

c) • F étant le barycentre du système de points pondérés

$\{(A, 2); (B, -1); (C, 1)\}$ donc pour tout point M du plan P,

$$\begin{aligned}2MA^2 - MB^2 + MC^2 &= 2MF^2 + 2FA^2 - FB^2 + FC^2 \\ &= 2MF^2 + 4 - 10 + 2 = 2MF^2 - 4\end{aligned}$$

$$\text{Or pour } M \in (\Gamma), 2MA^2 - MB^2 + MC^2 = MH^2 - 4$$

$$\text{donc } 2MF^2 - 4 = MH^2 - 4 \text{ ou encore } 2MF^2 = MH^2$$

$$\text{Réciproquement si } 2MF^2 = MH^2 \text{ alors } 2MF^2 - 4 = MH^2 - 4$$

$$2MA^2 - MB^2 + MC^2 = MH^2 - 4 \text{ ou encore } M \in (\Gamma).$$

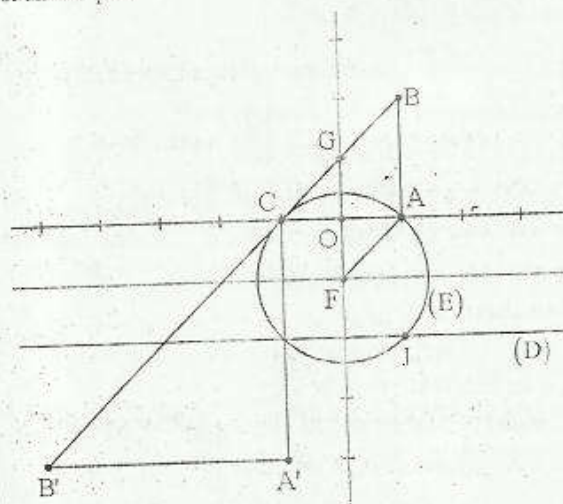
En conclusion l'équation (1) est équivalente à l'équation

$$2MF^2 = MH^2.$$

• De la relation $2MF^2 = MH^2$ on a $\frac{MF}{MH} = \frac{\sqrt{2}}{2}$:

(Γ) est le conique de foyer F, de directrice la droite (D) et

d'excentricité $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Comme $e < 1$, on en déduit que (Γ) est une ellipse.



Partie II :

1- De $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{CA}$ on a $\vec{u} = \vec{CO}$ car O est le milieu de [CA]

et donc $0 - z_C = 1$ soit $z_C = -1$.

De même $\frac{1}{2}(z_A + 1) = 1$ soit $z_A = 2 - 1 = 1$

$\vec{u} \perp \vec{v}$ et $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ donc $\vec{v} = \vec{OG}$, soit $z_G = i$

$\vec{OB} = \vec{OA} + 2\vec{OG}$ donc $z_B = 1 + 2i$

$\vec{AJ} = \vec{BA}$ donc $z_J - z_A = z_A - z_B$, soit $z_J = 2 - 1 - 2i = 1 - 2i$

De $\vec{AF} = \vec{BG}$ on a $z_F - z_A = z_G - z_B$,

soit $z_F = 1 + i - 1 - 2i = -i$.

2- a) S a une expression complexe de la forme $z' = a\bar{z} + b$,

où a et b sont deux complexes et $a \neq 0$.

Comme $S(F) = J$ et $S(C) = C$ on a $\begin{cases} ai + b = 1 - 2i \\ -a + b = +1 \end{cases}$

On en déduit $(1+i)a = 2 - 2i$ soit $a = \frac{2(1-i)}{1+i} = -2i$

et $b = -1 - 2i$

L'expression complexe de S est $z' = -2i\bar{z} - 1 - 2i$.

b) S a une expression complexe de la forme $z' = a\bar{z} + b$

avec $a = -2i$ et $b = -1 - 2i$.

$|a| = |-2i| = 2 \neq 1$: S est une similitude plane indirecte de rapport 2.

Centre C(-1)

Axe Δ : Soit M un point de Δ d'affixe $z = x + iy$.

$$-2i(\bar{z} + 1) = 2(z + 1)$$

$$-2i(x - iy + 1) = 2(x + iy + 1)$$

$$-2x - 2y - 2 + (-2x - 2y - 2)i = 0$$

$$\begin{cases} -2x - 2y - 2 = 0 \\ -2x - 2y - 2 = 0 \end{cases} \text{ ce qui est équivalent à } x + y + 1 = 0$$

En conclusion, S est la similitude plane indirecte

de rapport 2, de centre C(-1) et d'axe la droite Δ

d'équation $x + y + 1 = 0$.

3- a) • $A' = S(A)$ équivaut à $z_{A'} = -2i \times 1 - 1 - 2i = -1 - 4i$

• $B' = S(B)$ équivaut à $z_{B'} = -2i(1 - 2i) - 1 - 2i = -5 - 4i$

c) $S(ABC) = (S(A)S(B)S(C)) = A'B'C$

Voir le tracé du triangle $A'B'C$ sur le graphique précédent.

PROBLEME 2

Partie A :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} xe^x & , \text{ si } x \leq 0 \\ \ln[2x + \sqrt{4x^2 + 1}] & , \text{ si } x > 0 \end{cases}$$

1- a) Etude de la continuité de f en $x_0 = 0$

• Comme $0 \leq 0$, donc $f(0) = 0e^0 = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln[2x + \sqrt{4x^2 + 1}] = \ln 1 = 0 = f(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} xe^x = 0 = f(0)$$

On en déduit que f est à la fois continue à droite et continue à gauche en $x_0 = 0$. Par conséquent f est continue en $x_0 = 0$.

b) Etude de la dérivabilité de f en $x_0 = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 2 \text{ d'après l'énoncé}$$

f est dérivable à droite en $x_0 = 0$ et $f'_d(0) = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{xe^x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} e^x = 1$$

f est dérivable à gauche en $x_0 = 0$ et $f'_g(0) = 1$

• Comme $f'_d(0) \neq f'_g(0)$, f n'est pas dérivable en $x_0 = 0$

2- Etude de variation de f

• f est définie sur $]-\infty, +\infty[$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$$

$$\text{• Comme } \lim_{x \rightarrow +\infty} [2x + \sqrt{4x^2 + 1}] = +\infty \text{ donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

• f est continue et dérivable sur $]-\infty, 0]$ et pour $x \in]-\infty, 0]$

$$f'(x) = e^x + xe^x = (1+x)e^x$$

Pour $x \in]-\infty, 0]$, $f'(x)$ est du signe de $1+x$ car $e^x > 0$.

Il en résulte que f est strictement décroissante sur $]-\infty, -1]$

et strictement croissante sur $[-1; 0]$.

• De même, f est continue et dérivable sur $]0, +\infty[$ et

$$\text{pour } x \in]0, +\infty[, f'(x) = \frac{2 + \frac{8x}{2\sqrt{4x^2 + 1}}}{2x + \sqrt{4x^2 + 1}} = \frac{2 + \frac{4x}{\sqrt{4x^2 + 1}}}{2x + \sqrt{4x^2 + 1}}$$

$$= \frac{2\sqrt{4x^2 + 1} + 4x}{2x + \sqrt{4x^2 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{4x^2 + 1}} > 0$$

f est strictement croissante sur $]0, +\infty[$.

Tableau de variation de f

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	0		1	2

$\swarrow$ $\searrow$
 $-e^{-1}$

3- Soit g la fonction définie sur $[2; +\infty[$ par :

$$g(x) = x - f(x) = x - \ln[2x + \sqrt{4x^2 + 1}]$$

a) g est dérivable sur $[2; +\infty[$ et pour tout $x \in [2; +\infty[$

$$g'(x) = 1 - f'(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{4x^2 + 1}} = \frac{\sqrt{4x^2 + 1} - 2}{\sqrt{4x^2 + 1}}$$

$$= \frac{(\sqrt{4x^2 + 1} - 2)(\sqrt{4x^2 + 1} + 2)}{(\sqrt{4x^2 + 1})(\sqrt{4x^2 + 1} + 2)} = \frac{4x^2 - 3}{(\sqrt{4x^2 + 1})(\sqrt{4x^2 + 1} + 2)}$$

Pour $x \in [2; +\infty[$, $g'(x)$ est du signe de $4x^2 - 3$ car

$$(\sqrt{4x^2 + 1})(\sqrt{4x^2 + 1} + 2) > 0.$$

Or pour $x \in [2; +\infty[$, on a $x^2 \geq 4$ ou encore $4x^2 \geq 16$

ou encore $4x^2 - 3 \geq 13 > 0$,

donc pour tout $x \in [2; +\infty[$, $g'(x) > 0$.

b) Pour $x > 0$

$$\bullet f(x) = \ln[2x + \sqrt{4x^2 + 1}] = \ln\left[2x + \sqrt{x^2\left(4 + \frac{1}{x^2}\right)}\right]$$

$$= \ln\left[2x + x\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}\right] = \ln x \left[2 + \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}\right]$$

$$= \ln(x) + \ln\left[2 + \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}\right]$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \ln(x) - \ln\left[2 + \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}\right] \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \frac{\ln(x)}{x} - \frac{\ln\left[2 + \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}\right]}{x} \right)$$

$$\text{Comme } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{\ln(x)}{x} - \frac{\ln\left[2 + \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}\right]}{x} \right) = 1 - 0 - 0 = 1$$

et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ on en déduit que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$.

c) • Tableau de variation de g

x	2	$+\infty$
$g'(x)$		$+$
$g(x)$	$g(2)$	$+\infty$

$$g(2) = 2 - \ln(4 + \sqrt{17})$$

• Comme la restriction de la fonction g à l'intervalle $[2, 3]$ est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[2, 3]$ et

$$\text{que } g(2) = 2 - \ln(4 + \sqrt{17}) \approx 2 - 2,09 = -0,09 < 0 \text{ et}$$

$$g(3) = 3 - \ln(6 + \sqrt{37}) \approx 3 - 2,49 = 0,51 > 0$$

Alors le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires

permet d'affirmer que l'équation $g(x) = 0$ ou encore

l'équation $f(x) = x$, admet une solution α et une seule telle que $2 \leq \alpha \leq 3$.

4- a) On sait d'après la question A-2) que la restriction de f à l'intervalle $I = [2; 3]$ est continue et strictement croissante sur I . On en déduit que

pour tout $x \in I = [2; 3]$ on a $f(x) \in f(I) = [f(2); f(3)]$.

$$\text{Or } f(2) = \ln(4 + \sqrt{17}) \approx 2,09 \geq 2$$

$$\text{et } f(3) = \ln(6 + \sqrt{37}) \approx 2,49 \leq 3$$

Par conséquent $f(I) \subset I$ ou encore pour tout $x \in I$, $f(x) \in I$.

b) Soit $x \in I = [2; 3]$, on a $2 \leq x \leq 3$ ou encore $4 \leq x^2 \leq 9$

$$\text{soit } 16 \leq 4x^2 \leq 36$$

$$17 \leq 4x^2 + 1 \leq 37$$

$$\sqrt{17} \leq \sqrt{4x^2 + 1} \leq \sqrt{37}$$

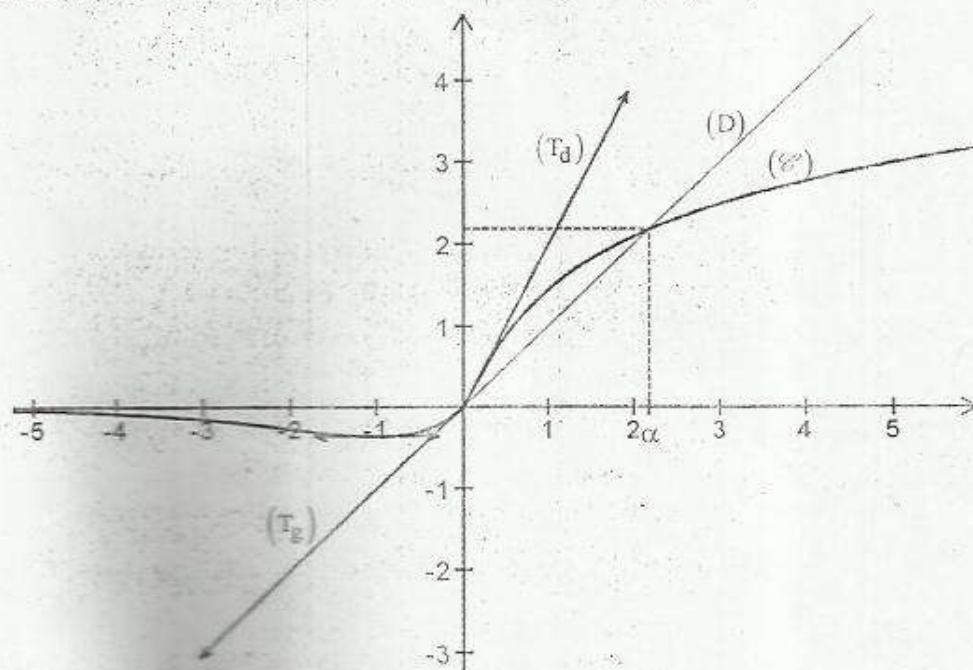
$$\frac{1}{\sqrt{37}} \leq \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 1}} \leq \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{37}} \leq \frac{2}{\sqrt{4x^2 + 1}} \leq \frac{2}{\sqrt{17}}$$

$$\text{Or } 0 \leq \frac{2}{\sqrt{37}} \text{ et } \frac{2}{\sqrt{17}} \leq \frac{2}{\sqrt{16}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ donc } 0 \leq \frac{2}{\sqrt{4x^2 + 1}} \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{Ainsi pour tout } x \in I, 0 \leq f'(x) \leq \frac{1}{2}.$$

b) Tracés de $(\mathcal{C})$, de la droite $(D): y = x$ et des demi-tangentes à $(\mathcal{C})$ en $x_0 = 0$.



Partie B :

Remarque : Une erreur de saisie a été constatée.

Au lieu de $(E_1): y' - y = xe^x$

LIRE $(E_1): y' - 2y = xe^x$

1- L'ensemble des solutions de l'équation différentielle

$(E_2): y' - 2y = 0$, est l'ensemble des fonctions φ de la forme $x \mapsto \varphi(x) = Ce^{2x}$ où $C \in \mathbb{R}$.

2- Soient a et b deux réels et u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(x) = (ax+b)e^x$.

a) Soit l'équation différentielle $(E_1): y' - 2y = xe^x$

u est une solution de (E_1) si et seulement si

pour tout $x \in \mathbb{R}: ae^x + (ax+b)e^x - 2(ax+b)e^x = xe^x$

pour tout $x \in \mathbb{R}: (-a+a-b)e^x = xe^x$

pour tout $x \in \mathbb{R}: (-a-1)x + a-b = 0$

si et seulement si $-a-1=0$ et $a-b=0$

si et seulement si $a=-1$ et $b=-1$

On a donc $u(x) = (-x-1)e^x$.

b) Soit φ une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

$(\varphi+u)$ est une solution de (E_1)

si et seulement si $(\varphi+u)' - 2(\varphi+u) = xe^x$

si et seulement si $\varphi' + u' - 2\varphi - 2u = xe^x$

si et seulement si $\varphi' - 2\varphi + u' - 2u = xe^x$

si et seulement si $\varphi' - \varphi + xe^x = xe^x$ car $u' - 2u = xe^x$

si et seulement si $\varphi' - 2\varphi = 0$

si et seulement si φ est solution de (E_2)

c) On sait que la fonction $x \mapsto \varphi(x) = Ce^{2x}$ où $C \in \mathbb{R}$ est une solution de (E_2) .

D'après la question précédente, $\varphi + u$ est donc une solution de (E_1) .

Par conséquent, l'ensemble des solutions de (E_1) est l'ensemble des fonctions y de la forme

$x \mapsto y(x) = Ce^{2x} - (x+1)e^x$, où $C \in \mathbb{R}$.

3- De $y(x) = Ce^{2x} - (x+1)e^x$, on déduit :

$y(0) = 0$ équivaut à $Ce^0 - (0+1)e^0 = 0$, donc $C=1$.

La solution de (E_1) qui s'annule en 0 est la fonction $x \mapsto e^{2x} - (x+1)e^x$.

oooooooooooooooooooo