

$$M_{H_2CO_4} = 2 + (12 \times 2) + (16 \times 4) = 90 \text{ g/mol}$$

$$3 \times 10^{-2} \times 90 = 2,7 \text{ g. de H}_2\text{CO}_4 \text{ a diluente}$$

(1)

Exercice 04: (3,5 points)

$$209 \text{P} + 82 \text{Br} \rightarrow x \text{H}_2 + y \text{H}_2\text{O} + z \text{H}_2\text{O}_2$$

$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2m = 4x + 209 \\ 94 = x + y + 82 \end{cases}$$

$$2 - 9 \quad 235 \quad 92 \quad 146 \quad 87 \quad 35 \quad 82$$

$$\begin{cases} 235 + 1 = 146 + 87 + y \\ 92 = x + 35 \end{cases}$$

$$5) (3 \times 1,0087 + 86,912 + 145,543) - (1,0087 + 235,044)$$

$$\Delta m = 235,881 - 286,052 = -0,1717 \text{ u.m.a} \times 1,66 \times 10^{-27} =$$

$$\Delta m = -2,85 \times 10^{-28} \text{ kg}$$

$$\Delta E = \Delta m c^2 = -2,85 \times 10^{-28} (3 \times 10^8)^2 =$$

$$= -2,56 \times 10^{-11} \text{ J}$$

$$\Delta E = -2,56 \times 10^{-11} \times 10^{-6} = -160 \text{ MeV}$$

(0,5)

(0,5)

(1)

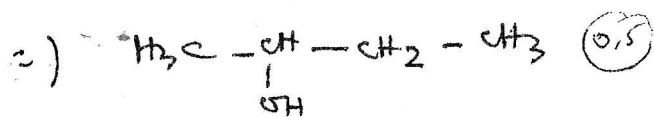
(0,5)

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$$

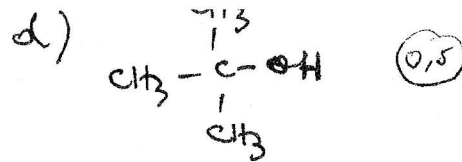
$$146 \text{La} + 87 \text{Br} + 35 \text{Br} + 82 \text{Br} + 92 \text{Br}$$

(1)

donc 850 ml

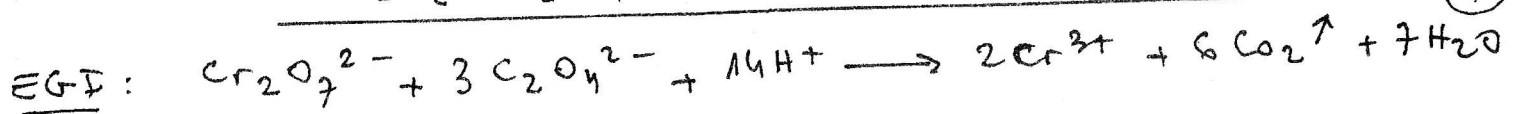
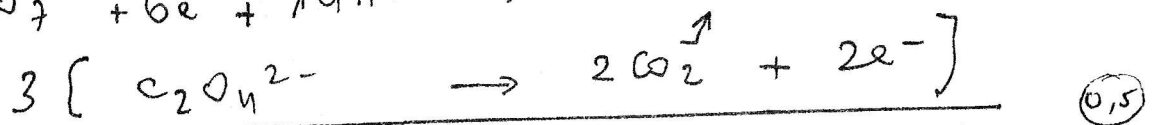
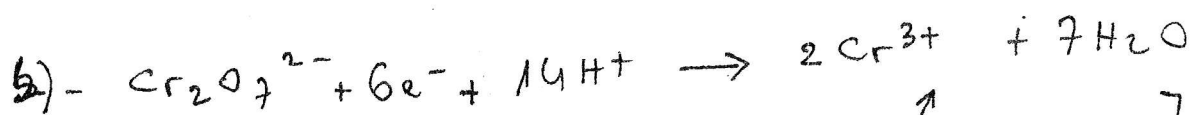
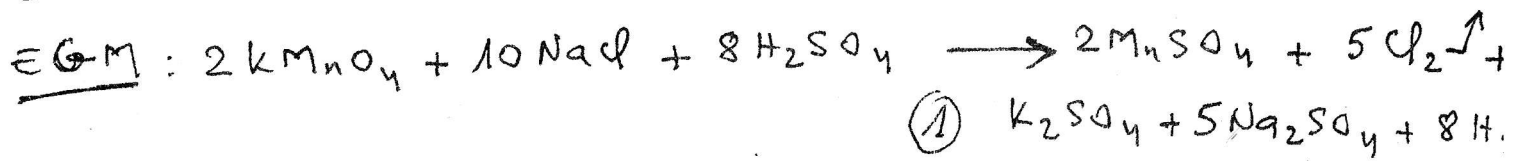
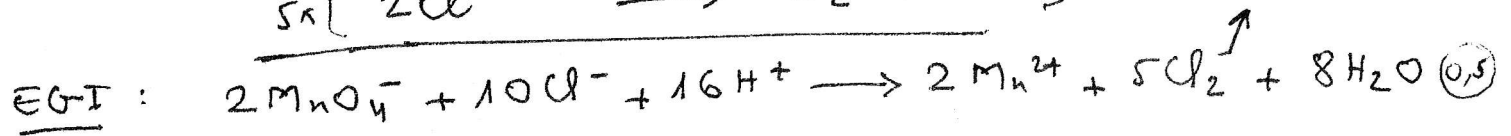
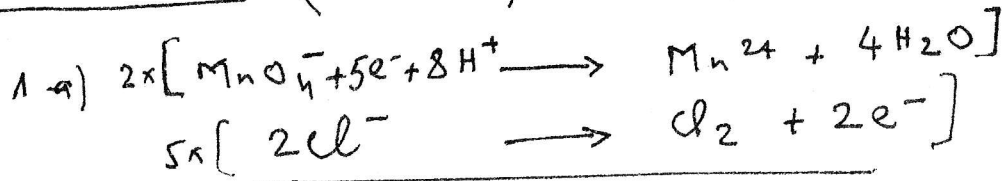


Butan 2-ol
Alcool II } (0,5)



{ tertio butanol
1,1-diméthyléthanol } (0,5)
Alcool III.

EXERCICE 03 : (5 points)



2-

$M_{\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7} : (39 \times 2) + (52 \times 2) + (16 \times 7) = 294 \text{ g/mol.}$

Molarité : $\frac{2,94}{294} \times \frac{1000}{500} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ M/l.}$ (0,5)

$1 \text{ M/l} \longleftrightarrow 6 \text{ N}$

Normalité : $2 \cdot 10^{-2} \times 6 = 12 \cdot 10^{-2} \text{ N}$ (0,5)

3 - $N_0 V_0 = N_R V_R \Rightarrow N_R = \frac{N_0 V_0}{V_R} = \frac{12 \cdot 10^{-2} \times 50}{25} =$

$N_R = 24 \cdot 10^{-2} \text{ N}$ or 1 M/l de la solution redoxée.

La molarité est de : $\frac{24 \cdot 10^{-2}}{2} = 12 \cdot 10^{-2} \text{ M/l}$

PARTIE B : 2

$$1 - N_{A V_A} = 2 \cdot \frac{1}{10} \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 10^{-2} \text{ ions } H_3O^+$$

$$N_{B V_B} = \frac{0,2}{40} \times \frac{10^3}{50} \times 50 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ ions } OH^-$$

$N_{A V_A} > N_{B V_B} \Rightarrow$ la solution est Acide.

$$pH = -\log \frac{N_{A V_A} - N_{B V_B}}{V_A + V_B} = -\log \frac{10^{-2} - 5 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-3}} =$$

$$\underline{pH = 1,3} \quad (1) \quad = -\log 5 \cdot 10^{-2}$$

2 -

$$N_{A V_A} = \frac{0,365}{36,5} \times \frac{10^3}{50} \times 50 \cdot 10^{-3} = 10^{-2} \text{ ions } H_3O^+$$

$$N_{B V_B} = 2 \times \frac{1}{10} \times 75 \cdot 10^{-3} = 15 \cdot 10^{-3} \text{ ions } OH^-$$

$N_{B V_B} > N_{A V_A}$ (la solution est basique)

$$[H_3O^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H_3O^+] = \frac{10^{-14}}{[OH^-]}$$

$$pH = -\log 10^{-14} + \log [OH^-] = 14 + \log [OH^-]$$

$$[OH^-] = \frac{N_{B V_B} - N_{A V_A}}{V_A + V_B}$$

$$pH = 14 + \log \frac{15 \cdot 10^{-3} - 10^{-2}}{125 \cdot 10^{-3}} = 14 - 1,4 = \underline{12,6} \quad (1)$$

EXERCICE 02 : (5 points)

1 - Formule brute : $C_x H_{2x+2}$ (1)

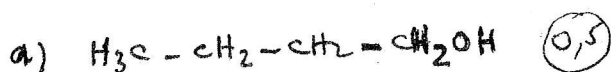
$$21,62\% \Rightarrow \frac{16 \times 100}{12x + 2x + 2 + 16} = 21,62$$

en oxygène

on aura l'équation suivante : $302,68x + 389,16 = 1600$

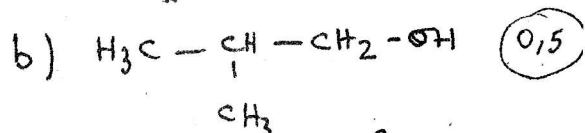
$$x = 4$$

$$FB = C_4 H_{10} \quad (1)$$



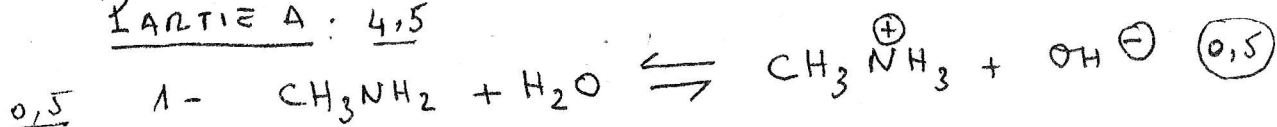
Butan-1-ol

Alcool I



2-Méthylpropanol

Alcool I

EXERCICE 01 : (6,5 points)PARTIE A : 4,5

2 - Inventaire des espèces chimiques

présentes : CH_3NH_2 , CH_3NH_3^+ , OH^- , H_3O^+ (0,5)

2,5 calcul des concentrations : les 4 équations suivantes permettent de calculer leurs concentrations :

a) $\text{pH} = 11,4 \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 3,98 \cdot 10^{-12} \text{ [mol/l]}$ (0,5)

b) $[\text{H}_3\text{O}^+] \cdot [\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{3,98 \cdot 10^{-12}} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ [mol/l]}$ (0,5)

c) $[\text{OH}^-] = [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] + [\text{H}_3\text{O}^+]$, le 2nd est négligeable, H_3O^+ négligeable

d'où $[\text{CH}_3\text{NH}_3^+] \approx [\text{OH}^-] = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ [mol/l]}$ (0,5)

d) $C_0 = [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] + [\text{CH}_3\text{NH}_2]$ (conservation de masse)

$C_0 = \frac{0,155 \times 1000}{31 \times 500} = 10^{-2} \text{ mol/l} \quad (M = 31 \text{ g})$

d'où $\Rightarrow [\text{CH}_3\text{NH}_2] = C_0 - [\text{CH}_3\text{NH}_3^+] = 10^{-2} - 2,5 \cdot 10^{-3} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ [mol/l]}$ (0,5)

1,5 3 - $\alpha = \frac{[\text{CH}_3\text{NH}_3^+]}{C_0} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{10^{-2}} = 0,25 \quad (25\%)$ (0,5)

Par définition :

$K_A = \frac{[\text{CH}_3\text{NH}_2][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{CH}_3\text{NH}_3^+]}$

$= \frac{3,98 \times 7,5}{2,5} \cdot 10^{-12-3+3} = 11,94 \cdot 10^{-12}$

$\text{p}K_A = -\log K_A = 10,92$

$\text{p}K_A = 10,92$ (1)

Toutes les 04 exercices sont obligatoires.

EXERCICE 01 :

Partie A : On prépare une solution de base faible en dissolvant une masse 0,155 g de méthylamine CH_3NH_2 dans 500 ml d'eau distillée.

- 1- Ecrire l'équation de la réaction du méthylamine avec l'eau.
 - 2- Recenser toutes les espèces chimiques présentes et calculer leurs concentrations (en mol/l) si le PH est de 11,4.
 - 3- Calculer le coefficient d'ionisation α et la valeur du PK_A du couple $\text{CH}_3\text{NH}_3^+ / \text{CH}_3\text{NH}_2$
- On donne : H : 1 ; C : 12 ; N : 14

Partie B : Calculer le PH de chacune des deux solutions aqueuses suivantes :

- 1- 50 ml de solution décimolaire de diacide fort H_2SO_4 + 50 ml de solution contenant 0,2g de NaOH
- 2- 50 ml d'une solution contenant 0,365 g de HCl + 75 ml de solution décimolaire de dibase forte $\text{Ca}(\text{OH})_2$. On donne : O : 16 Na : 23 Cl : 35,5

EXERCICE 02 :

Un monoalcool aliphatique saturé comporte 21,62% de sa masse en Oxygène.

- 1- Trouver sa formule brute et donner ses formules semi-développées.
- 2- Préciser pour chacune d'elles le nom et la classe.

EXERCICE 03 :

- 1- En utilisant les couples rédox, compléter et équilibrer les réactions suivantes :
 - a- $\text{KMnO}_4 + \text{NaCl} + \text{H}_2\text{SO}_4 \longrightarrow ? \quad \text{MnO}_4^- / \text{Mn}^{2+} \quad \text{Cl}_2 / 2\text{Cl}^-$
 - b- $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 + \text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4 \longrightarrow ? \quad \text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} / 2\text{Cr}^{3+} \quad \text{CO}_2 / \text{C}_2\text{O}_4^{2-}$
- 2- Donner la normalité et la molarité d'une solution oxydante A contenant 2,94 g de $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ dissout dans 500 ml.
- 3- Quelle quantité d'acide oxalique $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$ faut-il dissoudre dans 250 ml d'eau pour préparer une solution réductrice B, sachant qu'il a fallu verser 50 ml de la solution A pour oxyder complètement 25 ml de cette solution. On donne Cr : 52 K : 39.

EXERCICE 04 :

- 1- Combien de désintégrations α et β^- subissent le radioélément ${}^{241}_{94}\text{Pu}$ pour aboutir au ${}^{209}_{82}\text{Pb}$.
- 2- La réaction de fission de ${}^{235}_{92}\text{U}$ peut s'écrire :

$${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \longrightarrow {}^{146}_x\text{La} + {}^{87}_{35}\text{Br} + y {}^1_0\text{n}$$
 - a- Déterminer la valeur de x et y.
 - b- Calculer la perte de masse (en Kg) ainsi que l'énergie libérée correspondante (en J puis en MeV) au cours de cette réaction de fission.

On donne les masses des atomes et particules en unité de masse atomique (u.m.a) :

${}^{235}\text{U} = 235,044$ ${}^{87}\text{Br} = 86,912$ ${}^{146}\text{La} = 145,943$ ${}^1\text{n} = 1,0087$

Célérité de la lumière $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ $1 \text{ uma} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$$\begin{cases} M'_A - M'_B \sin \alpha = M_A - M_B = \\ M'_A + M'_B = 0,980 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M'_B (1 + \sin \alpha) = 0,98 - M_A + M_B$$

$$M'_B = \frac{0,98 - M_A + M_B}{1 + \sin \alpha}$$

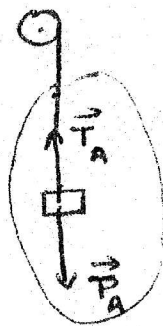
$$M'_A = 0,980 - M'_B$$

A.N

$$M'_B = 0,588 \text{ Kg}$$

$$M'_A = 0,392 \text{ Kg}$$

b)



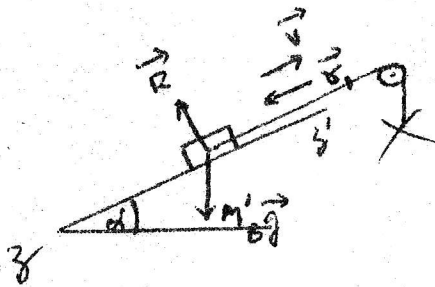
$$\sum \vec{F} = M'_A \vec{\gamma}'$$

$$P_A = T_A = M'_A \gamma'$$

$$T_A = M'_A (g - \gamma')$$

A.N $T_A = 3,46 \text{ N}$

3)



soit $\vec{\gamma}_1$ l'accélération de B après la coupure

Projection sur $z z'$

$$-M'_B g \sin \alpha = M'_B \gamma_1$$

$$\vec{v} \cdot \vec{\gamma}_1 < 0$$

$$\gamma_1 = -g \sin \alpha$$

$$\Rightarrow MRUR$$

Origine des espaces : position de B à la coupure du fil
des temps

$$t=0 \quad v=v_0 = 2,94 \text{ m/s} \\ x=x_0 = 4,41 \text{ m}$$

$$\Rightarrow v = (-g \sin \alpha) t + v_0$$

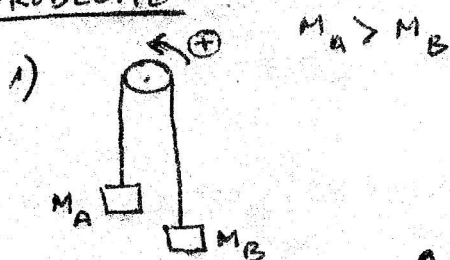
$$x = \frac{1}{2} (-g \sin \alpha) t^2 + v_0 t + x_0$$

A.N A $t=1,25$

$$v = 3,94 \text{ m/s}^{-1}$$

$$x = 4,41 \text{ m}$$

PROBLEME



$$\gamma = \frac{M_A - M_B}{M_A + M_B} g$$

A.N: $\gamma = 0,98 \text{ m.s}^{-2}$

$$\gamma = c^k \Rightarrow MUA$$

$$\gamma = \frac{dv}{dt} \quad dv = \gamma dt \quad v = \gamma t + v_0$$

A $t=0, v=v_0=0 \Rightarrow v = \gamma t$

De plus $v = \frac{dx}{dt}$

$$dx = v dt = \gamma t dt \Rightarrow x = \frac{1}{2} \gamma t^2 + \frac{v_0}{0} t + x_0$$

A $t=0, x=x_0=0$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \gamma t^2$$

A.N

$x = 4,41 \text{ m}$

Si $t=3\text{s} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \gamma 3^2 \Rightarrow v = 3\gamma$

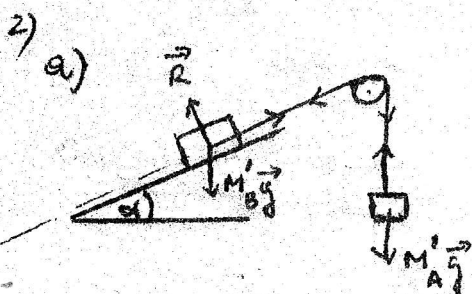
A.N $v = 3 \cdot 0,98 = 2,94 \text{ m.s}^{-1}$

$$E_{CA} = \frac{1}{2} M_A v^2$$

$$E_{CB} = \frac{1}{2} M_B v^2$$

A.N $E_{CA} = 2,33 \text{ J}$

$E_{CB} = 1,90 \text{ J}$



$$\gamma' = \frac{M'_A - M'_B \sin \alpha}{M'_A + M'_B} g$$

$$v = \gamma' t$$

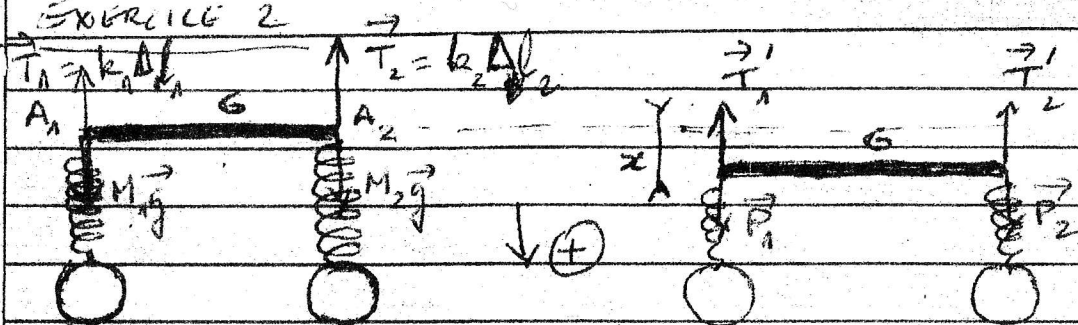
D'après l'hypothèse $\gamma' = \gamma$

soit

$$\frac{M'_A - M'_B \sin \alpha}{M'_A + M'_B} g = \frac{M_A - M_B}{M_A + M_B} g$$

10/

EXERCICE 2



A l'équilibre

A l'équilibre $\sum \vec{F} = \vec{0}$

$$(M_1 + M_2)g - k_1 \Delta l_1 - k_2 \Delta l_2 = 0$$

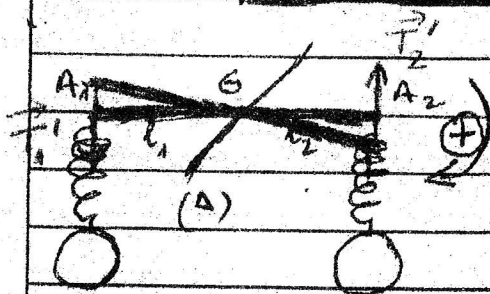
En mouvement $\sum \vec{F} = M \vec{a}$

$$(M_1 + M_2)g - k_1(\Delta l_1 + x) - k_2(\Delta l_2 - x) = M \ddot{x}$$

$$\text{soit } M \ddot{x} + (k_1 + k_2)x = 0$$

$\Rightarrow$

$$T_V = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k_1 + k_2}}$$



En rotation autour de l'axe (Δ)
si l'on considère la masse M d'un
angle $\theta \ll$ autour de Δ

$$\sum \vec{M}_P = J_{\Delta} \ddot{\theta}$$

$$-k_2 l_2^2 \theta - k_1 l_1^2 \theta - M p^2 \ddot{\theta}$$

soit

$$M p^2 \ddot{\theta} + (k_2 l_2^2 + k_1 l_1^2) \theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{k_2 l_2^2 + k_1 l_1^2}{M p^2} \theta = 0$$

de la forme

$$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$$

d'où

$$T_g = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{M p^2}{k_2 l_2^2 + k_1 l_1^2}}$$

$$\varphi = \frac{-f'_1 f'_2}{\Delta} = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 - e} = \frac{120}{7} \quad (1)$$

$$F_1 F = \frac{-(f'_1)^2}{\Delta} = F_1 O_1 + O_1 F = f'_1 - \frac{180}{7}$$

Soit :

$$180(f'_1 + f'_2 - e) = 7f'_1(f'_2 - e) \quad (2)$$

$$F'_2 F' = \frac{(f'_2)^2}{\Delta} = F'_2 O_2 + O_2 F' = -f'_2 - \frac{60}{7}$$

Soit :

$$60(f'_1 + f'_2 - e) = 7f'_2(e - f'_1) \quad (3)$$

Eliminons e :

$$(1) \text{ et } (3) \text{ donnent : } 60 f'_1 = 120 f'_2 - 7 f'_1 f'_2 \quad (4)$$

$$(1) \text{ et } (2) \text{ donnent : } 180 f'_2 = 7 f'_1 f'_2 - 120 f'_1 \quad (5)$$

(4) donne f'_1 que l'on porte dans (5), il vient :

$$f'_2 = -60 \text{ cm, puis } f'_1 = 20 \text{ cm}$$

enfin (1) donne : $e = 30 \text{ cm}$

$f'_1 = 20 \text{ cm}$ $f'_2 = -60 \text{ cm}$ $e = 30 \text{ cm}$
--

On pourra porter ces valeurs dans les équations (2) et (3) à titre de vérification.

Exercice 2

2)

$$T_v = T_g$$

$$P^2 = \frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{k_1 + k_2}$$

$$P^2 = l_1 l_2$$

INDICATIONS

Exercice I

Repérons les objets et les images par rapport aux foyers F et F' du doublet dont nous appellerons φ la distance focale image .

Les formules de Newton donnent : $\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -\varphi^2$

$$\gamma = \frac{\varphi}{\overline{FA}}$$

Appliquons ces formules aux données, en posant :

$$x = \overline{O_1F} \quad \text{et} \quad y = \overline{O_2F'}$$

$$\overline{FA} = \overline{FO_1} + \overline{O_1A} = -x + \overline{O_1A}$$

$$\overline{F'A'} = -y + \overline{O_2A'}$$

Les objets sont réels , donc $\overline{O_1A}$ sera négatif les deux fois ; l'image du premier objet est

réelle , donc $\overline{O_2A'}$ sera positif pour elle . Il vient :

$$\text{premier objet : } (-x - 40)(-y + 12) = -\varphi^2$$

$$y = -1,2 = \frac{\varphi}{-x - 40}$$

deuxième objet :

$$\gamma' = -\frac{1}{2} = \frac{\varphi}{-x - 60}$$

d'où les équations :

$$\begin{aligned} \varphi^2 &= (x + 40)(12 - y) \\ \varphi &= 1,2x + 48 \\ 2\varphi &= x + 60 \end{aligned}$$

Nous tirons des deux dernières :

$$x = -\frac{180}{7} \text{ cm} \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{120}{7} \text{ cm}$$

La première donne alors :

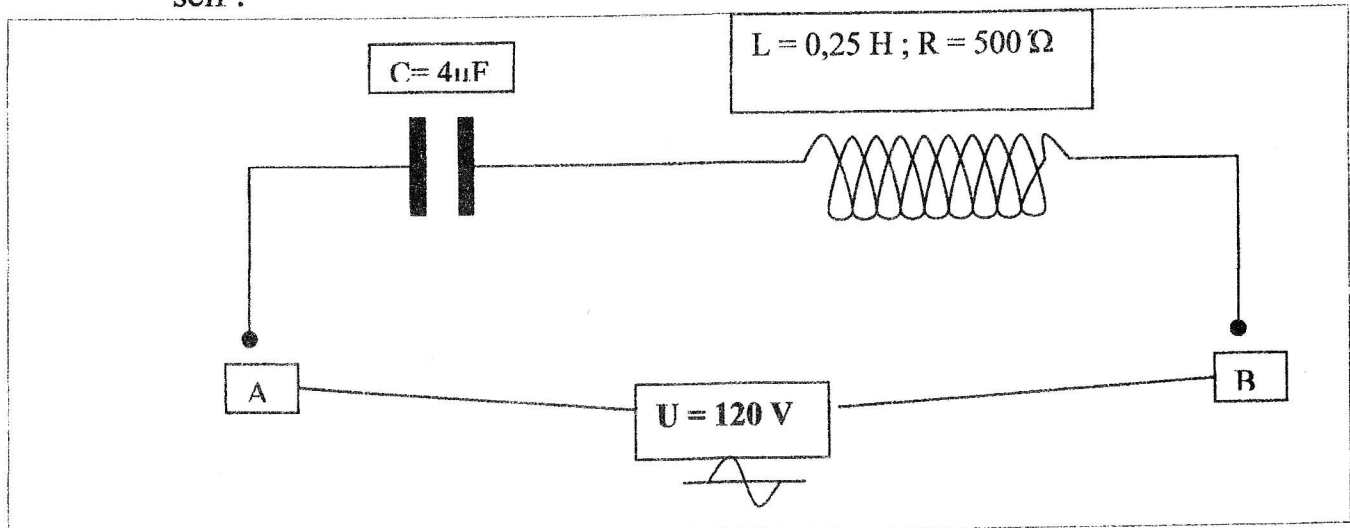
$$y = -\frac{60}{7} \text{ cm}$$

Posons $\Delta = \overline{F'_1F_2} = e - f'_1 - f'_2$. Les formules d'association des systèmes centrés donnent :

Exercice III : (4 points)

Aux bornes d' une distribution d' énergie en courant alternatif à 50 périodes , entre lesquelles on maintient une tension efficace de 120 volts , on place en série une capacité de $4\ \mu\text{F}$, une inductance de $0,25\ \text{H}$ ayant une résistance de $500\ \Omega$ (voir fig) . Calculer :

- L' intensité efficace
- Le déphasage de l' intensité sur la tension
- La différence de potentiel aux bornes de la capacité et aux bornes de la self .



Problème (8 points)

Sur la gorge d' une poulie de masse négligeable, mobile sans frottement autour d' un axe horizontal, passe un fil fin inextensible et de masse négligeable, dont les extrémités supportent deux corps A et B de masses M_A et M_B .

- Dans une première expérience, les deux brins de fils sont verticaux
 $M_A = 0,539\ \text{Kg}$ et $M_B = 0,441\ \text{Kg}$.

Calculer :

- L' accélération du système
 - L' espace parcouru par chaque corps ; la vitesse et l' énergie cinétique de chaque corps, 3 secondes après avoir abandonné le système à lui même .
- Dans une deuxième expérience, le brin de fil supportant B est parallèle à la plus grande pente d' un plan incliné (sur lequel B peut glisser sans frottement) formant un angle de 30° avec le plan horizontal .
 - Quelles valeurs doit – on donner à M_A et M_B dont la somme a toujours la même valeur $0,980\ \text{Kg}$ pour que la vitesse du système, 3 secondes après l' avoir abandonné à lui-même, soit la même que précédemment, le corps B remontant le plan ?
 - Quelle est la tension du fil au cours du mouvement ?
 - Dans la deuxième expérience , à l' instant $t = 3\ \text{s}$ le fil se casse .
 - Quel est le mouvement pris par le corps B ?
 - Trouver la position et la vitesse du corps B $1,2\ \text{s}$ après la rupture du fil.
- On prendra $g = 9,80\ \text{m} / \text{s}^2$

CONCOURS D'ENTREE EN PREMIERE ANNEE

Options : **TOUTES**

Matière : **PHYSIQUE**

Documents non autorisés

Durée : **2 heures 30 mn**

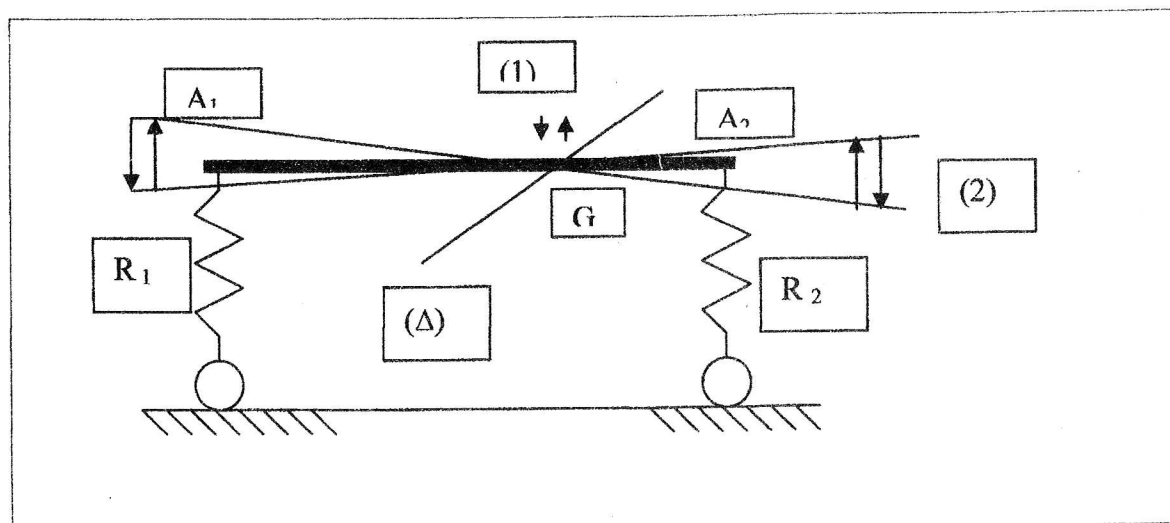
Exercice I : (4 points)

Un doublet formé de deux lentilles minces de distances focales f'_1 et f'_2 , situées à la distance e est tel que :

- 1) Un objet placé à 40cm en avant de l'une des lentilles L_1 a une image réelle située à 12cm de l'autre lentille L_2 et de grandissement $\gamma_1 = -1,2$.
- 2) Un objet placé à 60cm en avant de cette même lentille L_2 donne une image de grandissement $\gamma_2 = -\frac{1}{2}$,

Calculer f'_1 , e , f'_2 .

Exercice II : (4 points)



La masse suspendue M d'une voiture automobile peut être considérée comme divisée en deux masses ponctuelles M_1 et M_2 liées par une traverse rigide $A_1 A_2$ de masse négligeable, M_1 repose sur la suspension avant figurée par le ressort R_1 parfaitement élastique, de raideur k_1 , de masse négligeable. M_2 repose sur la suspension arrière (ressort R_2 , de raideur k_2). Le centre de gravité des masses M_1 et M_2 est en G , à la distance l_1 de A_1 et l_2 de A_2 .

L'expérience montre qu'un tel système peut prendre deux types d'oscillations pendulaires

- a) *Oscillations de translation verticale* (1), avec une période dite de rebondissement vertical : T_v .
- b) *Oscillations de rotation* autour d'un axe (Δ) perpendiculaire au plan de la figure, donc à $A_1 A_2$, et passant par G (flèche (2)). La période est dite *période de galop* : T_g .

On désignera par ρ le *rayon de giration* du système des masses (M_1, M_2) autour de l'axe (Δ) .

1 - Déterminer T_v et T_g .

2 - Pour assurer aux passagers le meilleur confort, on cherche à obtenir : $T_1 = T_2 = T_v = T_g = T$ (période unique).

Montrer que cela entraîne : $\rho^2 = l_1 \cdot l_2$.

SUITE AU VERSO

SCIENCES PHYSIQUES ET TECHNIQUES :

- 1) Si vous êtes dans un véhicule se déplaçant à la vitesse de la lumière, qu'est ce qui se passe lorsque vous allumez les feux avant ?
A : obscurité totale B : feux éteints C : éclairage très faible D : éclairage normal
- 2) Le poids volumique de l'eau distillée est égal à $1\,000\text{ kg/m}^3$ à la température
A : $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ B : $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ C : $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ D : $18\text{ }^{\circ}\text{C}$
- 3) Quelle est l'équation qui traduit la seconde loi de Newton ?
A : $PV = \text{constante}$ B : $\Sigma(m \times v) = \text{constante}$ C : $\Sigma F = m \times a$ D : $F = \frac{G \times m_1 \times m_2}{r^2}$
- 4) Un cycliste a parcouru une distance de 40 km en 50 minutes. Lors de son voyage de retour, il a effectué la même distance en 80 minutes. Sachant que ses vitesses sont constantes, quelle est la vitesse moyenne correspondant au voyage aller-retour du cycliste ?
A : 35,5 km/h B : 36,9 km/h C : 38,4 km/h D : 39,7 km/h
- 5) Le rayon solaire est divisé en combien de couleurs bien distinctes après avoir été réfracté par les gouttelettes de pluie dans le ciel ?
A : 5 B : 6 C : 7 D : 8
- 6) Quelle est l'unité de la charge électrique ?
A : Ampère B : Coulomb C : Faraday D : Ohm
- 7) La pression atmosphérique donnée en mm de mercure dans le tube de Torricelli est égale à :
A : 103 B : 290 C : 547 D : 760
- 8) Un solide de masse 15 kg et de volume $6 \times 10^{-3}\text{ m}^3$ est entièrement immergé dans un liquide de masse volumique $1,0\text{ g/cm}^3$ et de volume 20 litres, quelle est la valeur de la poussée d'Archimède ?
A : 6 kgf B : 9 kgf C : 12 kgf D : 15 kgf
- 9) Sans vitesse initiale, un bloc rocheux tombe en chute libre d'une altitude de 25 m, quel est approximativement le temps pour atteindre le sol si l'intensité de la pesanteur vaut 10 SI ?
A : 2,236 s B : 5,323 s C : 12,517 s D : 25,000 s
- 10) Le démarreur d'une automobile a une résistance de $0,10\text{ }\Omega$, quelle intensité de courant circule dans ce démarreur lorsqu'il est branché à une batterie de 12 V ?
A : 1,2 A B : 12 A C : 120 A D : 1200 A

MATHEMATIQUES :

1) La forme simplifiée de l'expression mathématique $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$ est égale à :

A : $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B : $\sqrt[3]{3}$ C : $\sqrt{3}$ D : $\frac{1}{3}$

2) Si $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$, alors la valeur numérique de laquelle des expressions suivantes ne peut pas être calculée ?

A : $\frac{2a}{b}$ B : $\frac{a+b}{a}$ C : $6a - 3b$ D : $\frac{a+1}{b+1}$

3) Quelle est la valeur numérique de l'expression suivante : $(2,1 \times 10^6) + (5,5 \times 10^5) + (500 \times 10^{-1})$?

A : 215 550 B : 2 650 005 C : 2 650 050 D : 26 500 050

4) Si $x = 4$ est une solution de l'équation $x^2 + kx + 12 = 0$, quelle est la valeur de k ?

A : -7 B : -3 C : 3 D : 7

5) Si $f(x) = 9x^2 + 5$, à quoi est égale $f(x-2)$?

A : $9x^2 + 3$ B : $9x^2 + x - 2$ C : $9x^2 - 36x + 41$ D : $9x^2 - 36x + 49$

6) Quelle est la valeur de $\sin 135^\circ$?

A : $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B : $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C : $3\frac{\sqrt{2}}{2}$ D : $\frac{1}{2}$

7) Trouvez l'intégrale $\int x\sqrt{2x^2+3} dx$ en posant $2x^2+3 = u$

A : $\frac{4}{3}(2x^2+3)^{3/2} + \text{cte}$ B : $\frac{1}{6}(2x^2+3)^{3/2} + \text{cte}$ C : $\frac{4}{3}(2x^2+3)^{-3/2} + \text{cte}$ D : $\frac{1}{6}(2x^2+3)^{-3/2} + \text{cte}$

8) La distribution des voix lors de l'élection de Maire par 2400 votants de la ville de Glendale est : Davis : 19 %, Chan : 29 %, Bob : 37 %, et Adams : x %. Combien de votes a obtenu Adams ?

A : 340 B : 350 C : 360 D : 370

9) Au restaurant, Jean a commandé 3 beignets et une tasse de café et a payé 2 250Ar, Stella a commandé 2 beignets et une tasse de café et a payé 1 700Ar, quel est le prix de 2 beignets ?

A : 550Ar B : 1 100Ar C : 1 250Ar D : 1 300Ar

10) Une Société de location de voitures affiche les tarifs suivants: x Ar par kilomètre pour les premiers n kilomètres, puis $x + 1$ Ar par kilomètre pour chaque kilomètre après n kilomètres. Quel sera le prix en Ar pour un voyage de d kilomètres sachant que $d > n$?

A : $d(x+1) - n$ B : $xn + d(x+1)$ C : $x(n+d) + d$ D : $(x+1)(d-n)$

LOGIQUE :

- 1) Complétez la phrase suivante « Les petits ordinateurs portables d'aujourd'hui contrastent ostensiblement avec les premiers ordinateurs électroniques, qui ont été _____ . »
A) inventés B) utiles C) destructifs D) colossaux
- 2) Choisissez le pair de mots qui est lié de la même manière que le pair de mots : FLOCON-NEIGE.
A) Goutte-Pluie B) Champ-Blé C) Nuage-Brouillard D) Tas-Foin
- 3) Trouvez le mot qui contrarie le plus la signification du mot EMBELLIR.
A) Simplifier B) Détester C) Considérer D) Préférer
- 4) Complétez la série canard-hêtre ; poisson-baobab ; chien-palmier ; chat-_____.
A : Eucalyptus B : Corbeau C : Pomme D : Papillon
- 5) Donnez la négation de la proposition suivante : $p \geq 4$ et $q \in [1;3]$
A : $p \geq 4$ ou $q \in [1;3]$ B : $p < 4$ et $q \notin [1;3]$ C : $p < 4$ ou $q \notin [1;3]$ D : $p \leq 4$ et $q \notin [1;3]$
- 6) Quel est le groupe de deux mots qui n'est pas compatible avec les autres ?
A : France-Corse B : Italie-Sardaigne C : Madagascar-Nosy Bé D : Espagne-Chypre
- 7) Complétez la série : 25 - 36 - 46 - 55 - ?
A : 61 B : 63 C : 65 D : 72
- 8) Dans cette série de pair de mots, cherchez l'intrus.
A : Corindon-Rubis B : Grenat-Tsavorite C : Tourmaline-Citrine D : Béryl-Morganite
- 9) Complétez le tableau suivant :

1	?	3
11	7	5
13	17	19

- A : 2 B : 9 C : 15 D : 21

- 10) Six athlètes F, G, H, M, N, O participent aux deux épreuves numérotées 1 et 2 de 100 m nage libre. Sachant qu'il n'y a eu aucune égalité dans les ordres d'arrivée, on a enregistré : H a terminé troisième dans les deux épreuves ; M a terminé sixième dans l'épreuve 2 ; F a toujours été parmi les trois derniers dans les deux épreuves. Quel ordre d'arrivée issu de l'épreuve 2 pourrait être valable ?
A : N, F, H, G, O, M B : O, N, H, F, M, G C : O, F, H, G, N, M D : G, O, H, F, N, M

(Machines à calculer non autorisées)

CONNAISSANCES GENERALES :

- 1) Lequel des domaines suivants ne fait pas partie des huit engagements cités dans le MAP (Madagasikara Am-Perin'asa) ?
A : Eco-tourisme B : Gouvernance Responsable C : Solidarité Nationale D : Environnement
- 2) Quelle Direction Générale est actuellement affectée au Ministère des Travaux Publics ?
A : Mines B : Transports C : Aménagement du Territoire D : Météorologie
- 3) Quel est l'adjectif le plus proche du sens de la locution latine SINE QUA NON ?
A : Indispensable B : Non utilisable C : Anodin D : Inéquitable
- 4) Dans quelle ville de l'Europe se trouve le siège social de l'Union Européenne ?
A : Madrid B : Bruxelles C : Rome D : Amsterdam
- 5) Le nom de l'équipe qui a gagné le Championnat du monde de Rugby à 15 en 2007 est :
A : All Blacks B : Wallabies C : XV de la Rose D : Springboks
- 6) Quel est le mot le plus proche de l'antonyme du mot ANARCHIE ?
A : Courtoisie B : Espoir C : Ordre D : Neutralité
- 7) Le Manomètre est un appareil qui sert à mesurer la :
A : Pression B : Force C : Température D : Viscosité
- 8) Qui est l'homme considéré comme origine de la désintégration de l'U.R.S.S. en 1991 ?
A : Leonid Brejnev B : Boris Eltsine C : Mikhaïl Gorbatchev D : Vladimir Poutine
- 9) Donnez le pays où l'Anglais est l'une des langues officielles ?
A : Le Mozambique B : Le Tchad C : Le Niger D : La Tanzanie
- 10) Quel est le genre de musique créée aux Etats-Unis de l'Amérique au début du XXème siècle ?
A : Classique B : Reggae C : Bossa-Nova D : Jazz

N.B. : Les feuilles sont imprimées en recto-verso

Exo 1 : Partie I 3 pts

0,5 pt $\rightarrow U_{AB} = \begin{cases} \frac{E_1 - nI_1}{R_1} \\ \frac{E_2 - nI_2}{R_2} \end{cases}$ ou $U_{AB} = \begin{cases} \frac{E_1 - nI}{R_1} \\ \frac{E_2 - nI}{R_2} \end{cases}$ RI avec $I = I_1 + I_2$

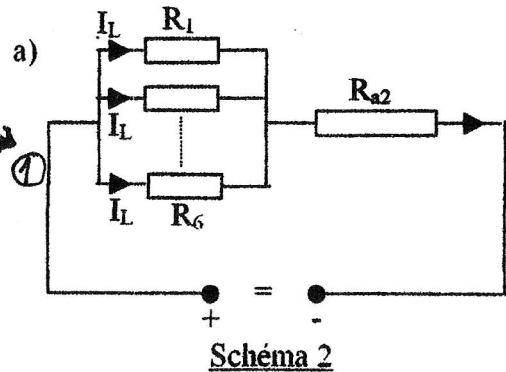
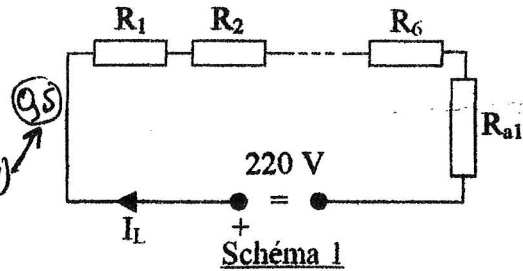
2 pts $\left\{ \begin{array}{l} 2) I_2 = \frac{E_2(R_1 + n) - E_1 R_1}{R_1(R_2 + n) + nR_2} ; I_2 = 0 \Rightarrow R = \frac{E_2 n}{E_1 - E_2} ; \text{A.N : } R = 2,16 \Omega \end{array} \right.$

Partie II : 5 pts

0,5 pt $\left\{ \begin{array}{l} 1) I_L = \frac{P}{U_L} = 0,42 \text{ A} ; \end{array} \right.$

1,5 pts $\left\{ \begin{array}{l} 2) \text{ Soit } n = 6 \text{ le nombre de lampes : (Schéma 1)} \\ R_{a1} = (U - n U_L) / I_L \text{ avec } U = 220 \text{ V} \\ \text{AN : } R_{a1} = 355,2 \Omega \end{array} \right.$

3 pts $\left\{ \begin{array}{l} 3) \text{ b) } R_{a2} = (U - U_L) / n I_L \text{ (schéma 2)} \\ \text{AN : } R_{a2} = 83,2 \Omega \\ \text{c) } P = R_{a2} \cdot (n I_L)^2 = 520 \text{ W} \end{array} \right.$



Exo 2 :

3 pts $\left\{ \begin{array}{l} 1) \text{ a) } L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R^2} \\ \text{AN : } L = 0,4 \text{ H} \\ \text{b) } \tan \varphi = 1,33 \Rightarrow \varphi = 0,93 \text{ rd : difference de phase de } u \text{ par rapport à } i : \\ \text{c) } \Rightarrow i \text{ (mA)} = 24 \sqrt{2} \cos(1000t - 0,93) \end{array} \right.$

5 pts $\left\{ \begin{array}{l} 2) \\ 2.1 \varphi = 0 \Rightarrow \tan \varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R} = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} ; \text{AN : } \omega_0 = 10^4 \text{ rd/s} \\ 2.2 \text{ a) } I_0 = U/R ; \text{AN : } I_0 = 40 \text{ mA} \\ \text{b) } U_L = U_C = L\omega_0 I_0 = I_0 / C\omega_0 ; \text{AN : } U_L = U_C = 160 \text{ V} \\ \text{c) } - U_L / U = U_C / U = 13,33 \text{ est appelé facteur de qualité du circuit} \\ \text{Ces rapports caractérisent les surtensions aux bornes de la bobine et du condensateur} \end{array} \right.$

4 pts $\left\{ \begin{array}{l} 2.3 I = I_0 / \sqrt{2} \Rightarrow L\omega - 1/C\omega = \pm R \Rightarrow \\ \bullet LC\omega^2 + RC\omega - 1 = 0 \text{ (1)} \\ \bullet LC\omega^2 - RC\omega - 1 = 0 \text{ (2)} \\ (1) \Rightarrow \omega_1 = \left(-RC + \sqrt{(RC)^2 + 4LC} \right) / 2LC \\ (2) \Rightarrow \omega_2 = \left(-RC + \sqrt{(RC)^2 + 4LC} \right) / 2LC \end{array} \right.$

AN : $\omega_1 = 9625 \text{ rd/s} , f_1 = 1531,9 \text{ Hz}$
 $\omega_2 = 10375 \text{ rd/s} , f_2 = 1651,2 \text{ Hz}$

2 – On ajoute dans le circuit un condensateur, de capacité $C = 25 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, monté en série avec la résistance et la bobine (figure 2).

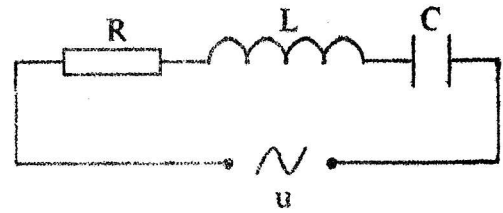


Figure 2

2.1 a) Déterminer la valeur à laquelle on doit régler la pulsation pour que la tension u soit en phase avec l'intensité du courant dans le nouveau circuit considéré.

2.2 a) Calculer, dans ces conditions, l'intensité efficace I_0 du courant dans le circuit.

b) Déterminer, de même, les tensions efficaces U_L et U_C aux bornes de la bobine et de la capacité.

c) U étant la valeur efficace de la tension u , calculer les rapports U_L/U et U_C/U : quel nom donne-t-on à ces rapports et que caractérisent-ils ?

2.3 Etablir les équations, dépendant de ω , pour lesquelles on a $I = I_0/\sqrt{2}$. Les résoudre. En déduire les fréquences correspondantes (I : intensité du courant dans le circuit RLC série ; I_0 : intensité du courant dans les conditions de la question 2.2)

Exercice 1 : Les parties I (03 points) et II (05 points) sont indépendantes .

Partie I – Deux piles P_1 et P_2 et une résistance R sont disposées selon le montage de la figure ci- contre (figure 1).

P_1 : force électromotrice $E_1 = 1,48 \text{ V}$, résistance interne $r_1 = 0,8 \Omega$;

P_2 : force électromotrice $E_2 = 1,08 \text{ V}$, résistance interne r_2

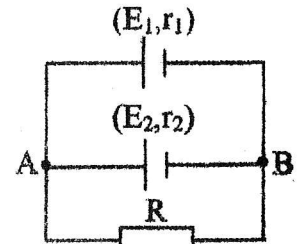


Figure 1

1) Exprimer littéralement de trois manières différentes la différence de potentiel U entre les points A et B, en fonction des grandeurs de la figure et des intensités des courants qui passent par les branches du circuit.

2) Déterminer la valeur de la résistance R pour que l'intensité du courant traversant la pile P_2 soit nulle.

Partie II - On considère six (6) lampes identiques ayant chacune les caractéristiques suivantes : 12 V ; 5 W . et une source de tension continue de 220 V . Les lampes peuvent être considérés comme des récepteurs purement résistifs.

1 – Calculer l'intensité nominale de chaque lampe.

2 – Les 6 lampes sont montées en série. Quelle doit-être la valeur de la résistance additionnelle R_{a1} montée en série avec le groupe de 6 lampes pour qu'on puisse alimenter l'ensemble avec la tension de 220 V .

3 - Les 6 lampes sont montés en parallèles .Le groupement ainsi constitué est monté en série avec une résistance R_{a2} . L' ensemble est soumis à la tension de 220 V de la source.

a) Faire le schéma du montage électrique

b) Déterminer la valeur de R_{a2} pour que les lampes fonctionnent normalement.

c) Calculer la puissance consommée dans la résistance R_{a2} .

Exercice 2 : (12 points)

On dispose d'une source de tension sinusoïdale de pulsation ω réglable dont la tension instantanée exprimée en Volts, est : $u = 12\sqrt{2} \cos(\omega t)$, u en (V)

1 – A l'aide de cette source, on alimente une résistance $R = 300 \Omega$ et une bobine d'inductance L montées en série. La bobine a une résistance négligeable. Lorsque la pulsation du générateur est réglée à la valeur $\omega = 10^3 \text{ rad.s}^{-1}$, l'intensité efficace du courant dans le circuit vaut $I = 24 \text{ mA}$.

a) Calculer l'inductance L de la bobine.

b) Calculer la phase ϕ de la tension u par rapport à l'intensité i du courant dans le circuit.

c) Déterminer l'expression de l'intensité i en fonction du temps.

d. Conséquences :

- **Risques d'enfermement des étrangers dans des « ghettos »**
- **Risques d'actes contraires aux lois qui régissent les droits de l'homme et le droit d'asile.**
- **Risque de fermeture des frontières extérieures à la communauté européenne.**

Exercice I (14 points)

1. Définir ce qu'on entend par micro-ordinateur et donner deux exemples d'exploitation. (2 points)

Micro-ordinateur : Machine électronique de traitement numérique de l'information, à usage individuel.

Exploitation : travaux bureautiques (traitement de textes, tableur, publication assisté par ordinateur, ...), gestions informatisées (gestion de stock, gestion comptable, gestion des ressources humaines, gestion de paie, gestion des immobilisations, gestion commerciale, gestion de production, ...), graphismes (conception assistée par ordinateur, dessin assisté par ordinateur, animation, ...), multimédia (montage vidéo, mixage de son, ...), applications scientifiques, jeux, etc.

2. Citer les trois unités composant un ordinateur. Faire une description succincte de chacune d'eux et citer les périphériques les plus courants pouvant les représenter. (2 points)

- **Unité d'entrée : interface permettant à l'utilisateur d'alimenter l'ordinateur en information (conversation utilisateur vers ordinateur). Exemple : clavier, souris, stylet, touch pad, trackball, scanner, écran tactile, ...**
- **Unité centrale : unité qui assure le traitement de l'information. Cette unité centrale est composée de :**
 - i. la carte mère comprenant le processeur, la mémoire vive, la mémoire morte, les processeurs périphériques (processeur graphique, processeur son, processeur de DMA, processeur d'entrée/sortie) ;
 - ii. la mémoire de masse ou disque dur : pour la sauvegarde et le stockage des informations ;
 - iii. les lecteurs de média : disquette, flash disk, CD-ROM, DVD-ROM. Pour le transfert d'informations.
- **Unité de sortie : interface permettant à l'ordinateur d'afficher les résultats des traitements demandés (conversation ordinateur vers utilisateur). Exemple : moniteur ou écran, imprimante, table traçante, ...**

3. Dans le contexte de changement climatique, comment nomme-t-on aussi la « Charte de la Terre » faite à Rio de Janeiro en juin 1992 lors du Sommet de la Terre ? Faire une description globale de cette charte. (2 points)

On la nomme aussi : « Déclaration de Rio sur l'environnement et le développement ».

C'est un constat simple qui préside à la Charte de la Terre, ou Déclaration de Rio sur l'environnement et le développement : l'environnement se dégrade de façon alarmante. Dégradation incompatible avec la mise en place d'un développement durable auquel l'humanité tout entière a fondamentalement droit. La Charte de la Terre pose donc, en 27 principes, les objectifs et les grandes lignes de ce que devrait être le monde futur, autour des axes de l'élimination de la pauvreté, de la protection de l'environnement et du développement durable.

4. Dans le cadre de la mise en œuvre de Madagascar Action Plan ou MAP, la « Transformation de l'Education » est décrite dans quel engagement ? (1 point)

Engagement 3 : Transformation de l'Education

5. Combien de côté a un dodécagone ? (1 point)

12 côtés

6. En télécommunication, que signifie le sigle GSM ? (1 point)

**Global System for Mobile Communication ou
Global System Mobile**

7. Quelle est cette boisson gazeuse qui fut au départ un produit pharmaceutique ? (1 point)

Coca-cola

8. Quelle est la science qui étudie les phénomènes sociaux humains ? (1 point)

Sociologie

9. En informatique que signifie les lettres PC ? (1 point)

Personal Computer

10. Quel est l'appareil inventé par John Daniell et servant à mesurer l'humidité relative de l'air ? (1 point)

Hygromètre

11. En Internet, quel est le nom du principal langage informatique permettant de désigner la structure d'un document ou d'une page à l'aide de balises et d'établir des liens hypertextuels entre ses différents constituants et d'autres textes ? (1 point)

**HTML ou
HyperText Markup Language**

Exercice II (6 points)

On assiste depuis quelques années en Europe, à une montée de la xénophobie.

- De quoi s'agit-il ?
- Quelles en sont les causes ?
- Quelles peuvent en être les conséquences ?

Corrigé

a. La xénophobie est la peur de l'étranger, l'hostilité vis-à-vis de l'étranger. Celle-ci peut se manifester par des insultes, des diffusions de tracts racistes, des menaces voire même par des violences conduisant à la mort.

b. Les causes :

- **Le nombre d'étrangers et la concentration de ceux-ci dans certaines villes ou certains quartiers.**
- **Les différences culturelles (mode de vie, religion..)**
- **La récession économique (étrangers accusés de prendre les emplois, de profiter du système de protection sociale...)**
- **L'intégrisme et l'assimilation parfois trop vite faite.**
- **L'influence de certains partis politiques.**
- **...**

Université d'Antananarivo
Ecole Supérieure Polytechnique
.....
Concours d'entrée en Première Année

Année Universitaire 2007-2008
Session du 05-06 Décembre 2007
Option : Toutes
Matière : Mathématiques
Durée : 03 heures

Exercice N°1

On considère l'équation

$$(E) : (2-i).z^3 - 2(7+4i).z^2 + 4(2+9i).z + 24 - 32i = 0,$$

où z représente un nombre complexe.

1° Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle, notée z_1 que l'on déterminera (1,5 pt)

2° Mettre l'équation (E) sous la forme $(z - z_1)f(z) = 0$ et résoudre cette équation. On notera z_2 et z_3 les solutions non réelles, avec $|z_2| < |z_3|$. (1,5 pt)

3° Dans le plan complexe $\mathbb{P}$ muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ placer les points A, B, C d'affixes respectives $z_A = z_2$, $z_B = z_3$ et $z_C = z_1$.

a) Calculer $|z_B - z_A|$, $|z_C - z_A|$, $|z_C - z_B|$ (0,5 pt)

b) En déduire la nature du triangle ABC (1 pt)

4° Soit S l'application de $\mathbb{P}$ dans $\mathbb{P}$ qui à tout point $M(x, y)$ fait correspondre le point $M'(x', y')$ défini par :

$$\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = -x + y \end{cases}$$

on note $M(z)$ et $M'(z')$, $z = x + iy$, $z' = x' + iy'$.

a) Donner l'écriture complexe de S . En déduire sa nature. (1,5 pt)

b) Donner les éléments caractéristiques de S . (1 pt)

c) Construire $A'B'C'$ transformé de ABC par l'application S . (1 pt)

Suite au verso $\Rightarrow$

Exercice N°2

Dans tout l'exercice N°2 Log désigne le logarithme népérien.

Partie A

1° Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 - \text{Log } x & \text{si } x > 0 \\ x^2 - 1 + \text{Log}(-x) & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Etudier les limites de cette fonction aux bornes de son domaine de définition, étudier les variations de f . Calculer $f(-1)$ (3 pts)

Partie B

On considère la fonction g de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$g(x) = x + \frac{\text{Log } |x|}{|x|},$$

on appelle (C) la courbe représentative de g dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\text{cm}$.

- 1° Montrer que g est dérivable sur son ensemble de définition et calculer $g'(x)$. (1 pt)
- 2° Etudier les limites de g aux bornes de son ensemble de définition. Montrer que (C) admet deux asymptotes dont l'une est oblique, soit (D) cette asymptote oblique. Etudier la position relative de (C) par rapport à (D). (1,5 pt)
- 3° Etudier les variations de la fonction g . (0,5 pt)
- 4° Déterminer les points de (C) en lesquels la tangente est parallèle à la droite (D). (1 pt)
- 5° Tracer (C) en utilisant les résultats précédents et en construisant les points d'abscisses e , e^2 , $-\frac{1}{e}$, $-e$. (1 pt)

Partie C

Soit h la fonction de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}$ définie par $h(x) = x + \frac{\text{Log } x}{x}$.

- 1° Montrer que h est une bijection de $\mathbb{R}_+^*$ sur $\mathbb{R}$. (1,5 pt)
- 2° Soit h^{-1} l'application réciproque de h Construire le tableau de variations de h^{-1} . (1,5 pt)
- 3° Tracer dans le même repère que (C), la courbe représentative (Γ) de la fonction h^{-1} . (1 pt)

SolutionsExercice N°1

On considère l'équation

$$(E) : (2-i).z^3 - 2(7+4i).z^2 + 4(2+9i).z + 24 - 32i = 0,$$

où z représente un nombre complexe.

1° Montrons que l'équation (E) admet une solution réelle z_1 .

Si z_1 est solution réelle de (E), il doit être solution du système d'équations :

$$\begin{cases} 2z^3 - 14z^2 + 8z + 24 = 0 \\ -z^3 - 8z^2 + 36z - 32 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z^3 - 7z^2 + 4z + 12 = 0 \\ -z^3 - 8z^2 + 36z - 32 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z^3 - 7z^2 + 4z + 12 = 0 \\ 3z^2 - 8z + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z^3 - 7z^2 + 4z + 12 = 0 \\ z = 2 \text{ ou } z = \frac{2}{3} \end{cases}, \text{ d'où la seule solution réelle est } z_1 = 2. \quad (4,5) \quad \text{~~(1,5)~~}$$

2° En faisant la division du polynôme $(2-i).z^3 - 2(7+4i).z^2 + 4(2+9i).z + 24 - 32i$ par $z-2$, on trouve :

$$(2-i).z^3 - 2(7+4i).z^2 + 4(2+9i).z + 24 - 32i = (z-2)((2-i)z^2 - 10(1+i)z - 12 + 16i),$$

d'où l'équation (E) se met sous la forme :

$$(z-2)((2-i)z^2 - 10(1+i)z - 12 + 16i) = 0 \Leftrightarrow (2-i)(z-2)(z-2i)[z-(2+4i)] = 0$$

dont les solutions sont :

$$z_1 = 2, \quad z_2 = 2i, \quad z_3 = 2 + 4i.$$

(4,5)

3° On pose dans le plan complexe $\mathbb{P}$, $z_A = 2i$, $z_B = 2 + 4i$, $z_C = 2$.

a) $|z_B - z_A| = |2 + 2i| = 2\sqrt{2}$, $|z_C - z_A| = |2 - 2i| = 2\sqrt{2}$, $|z_C - z_B| = |-4i| = 4$.

(0,5)

b) Les longueurs de chaque côté du triangle ABC sont : $\|\overline{AB}\| = \|\overline{AC}\| = 2\sqrt{2}$, $\|\overline{BC}\| = 4$,

d'où $\|\overline{AB}\|^2 + \|\overline{AC}\|^2 = \|\overline{BC}\|^2$ et, par suite, d'après le théorème de Pythagore, le triangle ABC est un triangle isocèle, rectangle en A . (1)

4° L'application S est une transformation affine.

a) Sous la forme complexe on peut écrire :

$$x' + iy' = (1-i)(x + iy) - 2, \text{ soit } z' = (1-i)z - 2. \quad (1)$$

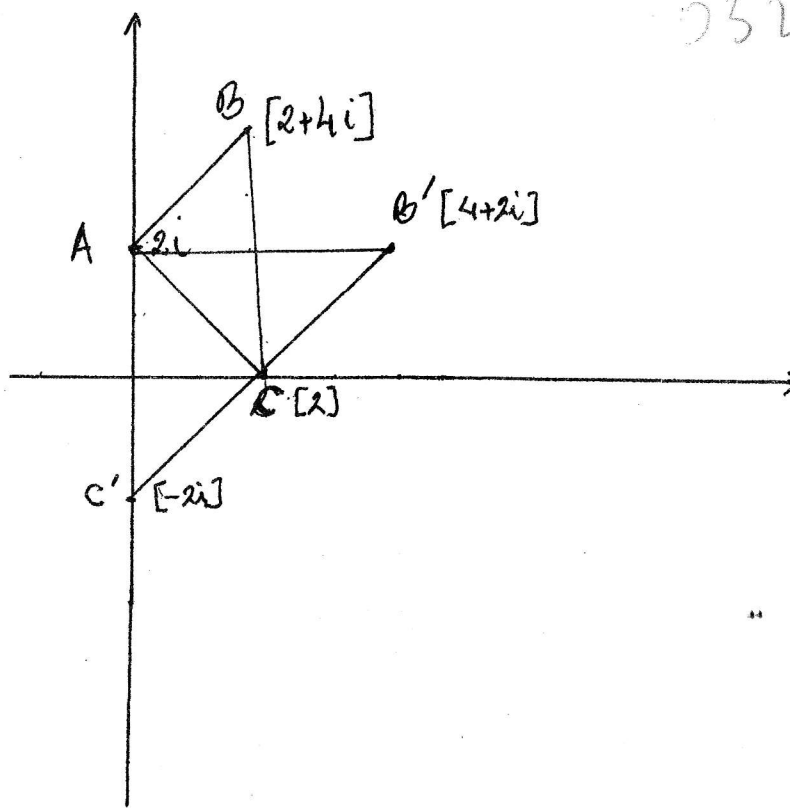
D'où S est une similitude directe de rapport $k = \sqrt{2}$, d'angle $\alpha = -\frac{\pi}{4}$, (0,5)

b) S est une similitude directe de centre au point d'affixe $z_0 = (1-i)z_0 - 2$, soit $z_0 = 2i = z_A$, donc de centre au point A , de rapport $k = \sqrt{2}$ et d'angle $\alpha = -\frac{\pi}{4}$, (1)
d'où

$$z' - 2i = (1-i)(z - 2i)$$

c) On $S(A) = A' = A$, $S(B) = B'(z_{B'})$, avec $z_{B'} = 4 + 2i$, $S(C) = C'(z_{C'})$, avec $z_{C'} = -2i$, d'où le transformé de ABC est le triangle isocèle rectangle en A , $AB'C'$. (1)

d) Notons que l'on obtient le même résultat géométriquement, sachant que la similitude directe S est la composition d'une rotation de centre au point A d'angle $\alpha = -\frac{\pi}{4}$, puis d'une homothétie de centre A et de rapport $k = \sqrt{2}$.



Exercice N°2

Dans tout l'exercice N°2 Log désigne le logarithme népérien.

Partie A

1° Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 - \text{Log } x & \text{si } x > 0 \\ x^2 - 1 + \text{Log}(-x) & \text{si } x < 0 \end{cases} = x^2 + \text{sign}(x)(1 - \text{Log}|x|)$$

f est définie sur $\mathbb{R}^*$ et l'on a :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 1 + \text{Log}(-x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 - 1 + \text{Log}(-x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 + 1 - \text{Log } x = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 1 - \text{Log } x = +\infty.$$

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$, comme somme de fonctions dérivables et l'on a :

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \\ 2x + \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

d'où f est décroissante sur $]-\infty, 0[\cup]0, \frac{1}{\sqrt{2}}[$ et croissante sur $]\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty[$.

Notons de plus que pour $x > 0$, $f(x) \geq f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\text{Log } 2 > 0$.

On a :

$$f(-1) = (-1)^2 - 1 + \text{Log}(1) = 0.$$

Partie B

On considère la fonction g de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$g(x) = x + \frac{\text{Log}|x|}{|x|},$$

on appelle (C) la courbe représentative de g dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\text{cm}$.

1° La fonction g est définie sur $\mathbb{R}^*$, elle y est dérivable car elle est la somme de deux fonctions dérivables et l'on a : $g'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$. (1)

2° Calcul des limites aux bornes.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x + \frac{\text{Log}|x|}{|x|} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x + \frac{\text{Log}|x|}{|x|} = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x + \frac{\text{Log}|x|}{|x|} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x + \frac{\text{Log}|x|}{|x|} = +\infty.$$

De plus $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} g(x) - x = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{\text{Log}|x|}{|x|} = 0$, alors la courbe représentative (C) de la fonction g admet deux asymptotes, l'axe Oy d'équation $x = 0$ et la première bissectrice d'équation $y = x$. (1)

Comme $g(x) - x = \frac{\text{Log}|x|}{|x|}$, alors :

(C) se trouve au dessus de (D) pour $|x| > 1$,

(C) coupe (D) aux points d'abscisses $|x| = 1 \Leftrightarrow x = -1$, ou $x = 1$,

(C) se trouve au dessous de (D) pour $|x| < 1$. (0,5)

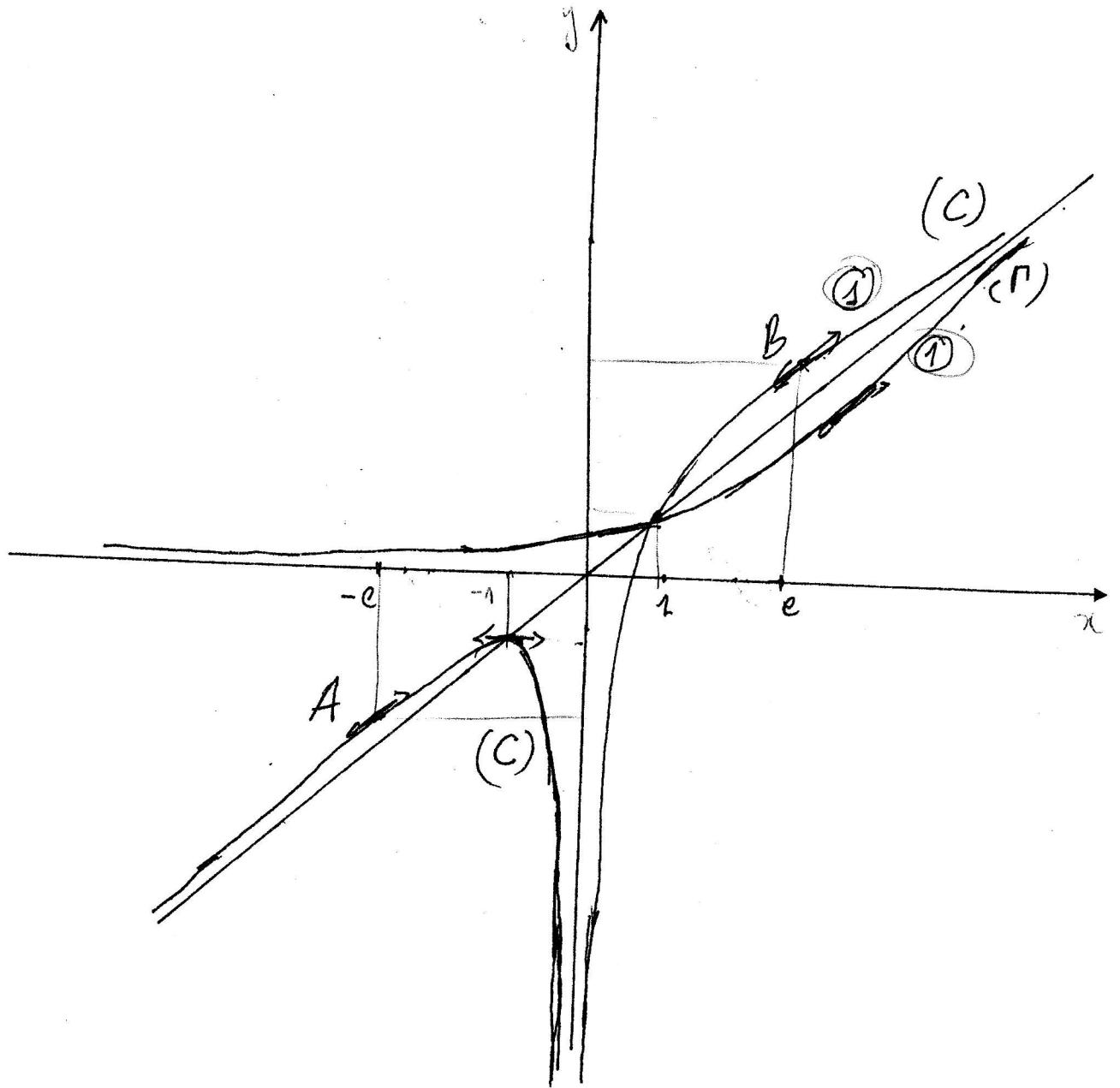
3° Puisque $g'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$, g est croissante sur $]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$, décroissante sur $]-1, 0[$, le point de coordonnées $(-1, -1)$ est un extremum (maximum). (0,5)

4° Les points en lesquels la tangente est parallèle à (D) sont obtenus en résolvant l'équation $g'(x) = \frac{f(x)}{x^2} = 1$, soit $f(x) = x^2$, ce sont donc les points de la courbe d'abscisses $x = -e$ et $x = e$, d'où ces points sont :

$$A = \left(-e, \frac{1-e^2}{e} \right) \quad \text{et} \quad B = \left(e, \frac{e^2+1}{e} \right).$$

(1)

5° La courbe (C) et la courbe (Γ) représentatives respectives de la fonction g et h^{-1} :



Partie C

Soit h la fonction de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}$ définie par $h(x) = x + \frac{\text{Log } x}{x}$, c'est la restriction de la fonction g sur $\mathbb{R}_+^*$.

1° Comme g est une fonction continue et strictement monotone croissante de $\mathbb{R}_+^*$ sur $\mathbb{R}$, alors h est une bijection de $\mathbb{R}_+^*$ sur $\mathbb{R}$. (1,5)

2° Tableau de variations de h^{-1}

Comme $(h^{-1})'(x) = \frac{1}{h'(h^{-1}(x))}$, alors $(h^{-1})'(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ et l'on a :

x	$-\infty$	$+\infty$
$h^{-1}(x)$	0	$+\infty$

The graph shows a curve in the first and fourth quadrants, symmetric with respect to the line y=x. It starts from the negative y-axis (approaching -infinity as x approaches 0 from the left) and increases, passing through the origin (0,0), and continues to approach +infinity as x approaches +infinity.

3° La courbe (Γ) représentative de h^{-1} est la courbe symétrique de la partie de la courbe (C) , qui se trouve dans le premier et quatrième quadrant, par rapport à la première bissectrice.

Notons que l'axe Ox est une asymptote horizontale de la courbe (Γ) .

CONCOURS D'ENTREE EN PREMIERE ANNEE

OPTIONS : GENIE CIVIL, GPCI, STEM
Durée : 2 heures

(Documents interdits)

Machine à calculer autorisée

Les deux exercices sont obligatoires

EXERCICE N°1

Un panneau imperméable et indéformable, en appui sur D et soutenu en B par des bois ronds (non déformables) entretoises réparties à distance égale, doit garder sa position d'équilibre sous l'effet de la force de pression de l'eau (montrée sur la figure)

Le module de $\vec{Q}$, résultante de la force de pression de l'eau sur le panneau pour une entretoise, répartie de façon homogène suivant la figure triangulaire (CDE) donnée, est égal à 6 tonnes.

On donne la valeur de la contrainte limite à la compression du bois $[\sigma]$ égale à 30 kg/cm^2 .

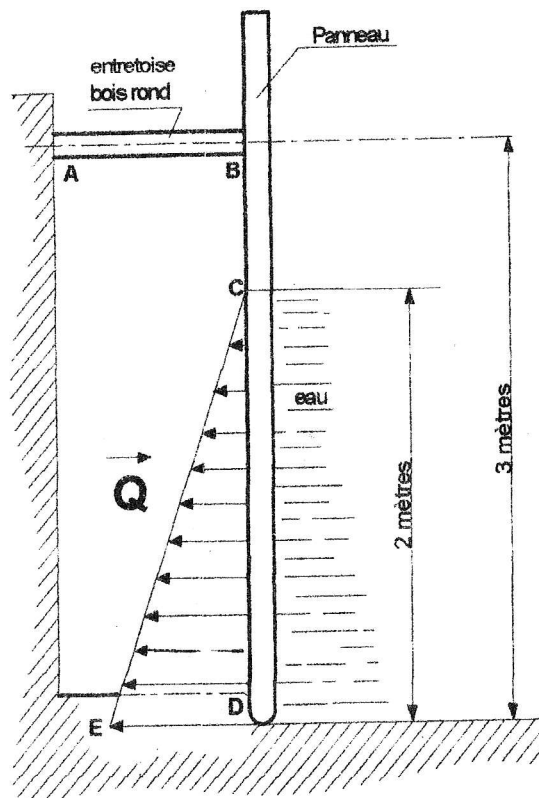
Les contacts en A, B, D sont ponctuels et les poids des entretoises, du panneau ainsi que tous les frottements sont négligeables.

Après avoir étudié l'équilibre du panneau

On demande de déterminer :

1° La valeur de la force appliquée sur une entretoise ?

2° Le diamètre minimal nécessaire d'un bois rond pour supporter le panneau sur une distance d'un intervalle ?



EXERCICE N°2

Lors de vérification de la résistance des matériaux d'un pont métallique, l'extensomètre enregistre à son échelle une déformation linéaire égale à 12 mm, pour un élément testé en acier de 200 mm de longueur. Il est impératif pour le calcul de tenir compte que, d'après ses caractéristiques, l'extensomètre donne toujours une valeur amplifiée de 1000 fois la valeur de la déformation réelle. On donne le module d'élasticité longitudinal E de l'acier égal à 2.10^6 kg/cm^2 .

On demande pour l'élément testé de :

- 1° Traduire la valeur réelle de la déformation linéaire absolue ?
- 2° Déterminer la déformation relative ?
- 3° Déterminer la contrainte normale dans la section ?

EXERCICE : N° 1 (Sur 10 points)

1) Inventaire des Forces extérieures sur le panneau isolé: (4 points)

$\vec{R}_{B/P}, \vec{Q}, \vec{R}_{D/P}$

2) Projection sur D_x (1 point)

$$R_{B/P} - Q + R_{D/P} = 0 \quad (1)$$

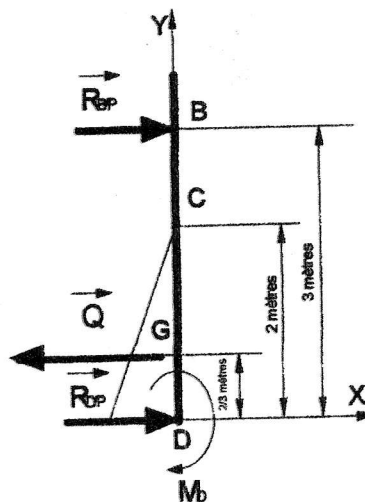
3) Moment / D (1 point)

$$3 R_{B/P} - 2/3 Q = 0 \quad (2)$$

$$R_{B/P} = 2/3 Q : 3$$

$$= 2/9 Q = 2/9 \cdot 6 \cdot 10^3 \text{ Kg}$$

$$R_{B/P} = 4/3 \cdot 10^3 \text{ Kg} \quad (3)$$



4) Diamètre minimal : avec $\sigma = 30 \text{ Kg/cm}^2$ (4 points)

$$\sigma = F / S$$

$$\sigma = F / S = R_{B/P} / S = R_{B/P} / (1/4 \pi D^2)$$

$$D = [(4 R_{B/P}) / (\sigma \cdot \pi)]^{1/2} = [(4 \cdot 4/3 \cdot 10^3) / (30 \cdot 3,14)]^{1/2} = (5333.33 / 94.2)^{1/2} = 7,52 \text{ cm}$$

c. a. d. **D supérieur à 7,52 cm**

EXERCICE : N°2 (Sur 10 points)

La déformation linéaire à l'échelle de l'extensomètre de 12 mm est une valeur amplifiée de 1000 fois !

1) La déformation linéaire absolue réelle Δl (2 points)

$$\Delta l \text{ est égale à : } 12 / 1000 = 0,012 \text{ mm}$$

$$\Delta l = 0,012 \text{ mm}$$

2) La déformation relative ϵ pour une longueur de 200 mm (4 points)

$$\epsilon = \Delta l / l = 0,012 / 200 = 6 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon = 6 \cdot 10^{-5}$$

3) La contrainte normale σ dans la section avec un module d'élasticité $E = 2 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

$$\sigma = E \cdot \epsilon = 2 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-5} \text{ Kg/cm}^2 \quad (4 \text{ points})$$

$$\sigma = 120 \text{ Kg/cm}^2$$